



Name: _____

Abiturprüfung 2014

Physik, Leistungskurs

Aufgabenstellung:

Aufgabe: Eigenschaften des Plattenkondensators und Kondensatoren als Energiespeicher

Die Kapazität eines Plattenkondensators hängt im Idealfall nur von seinen geometrischen Abmessungen (Plattenfläche A und Plattenabstand d) sowie der dielektrischen Eigenschaft des Mediums zwischen seinen Platten ab.

Teilaufgabe 1

- a) Ein elektrisch ideal isolierter Plattenkondensator wird mit einer Hochspannungsquelle aufgeladen und dann von ihr getrennt.

Zeigen Sie für diese Situation unter Verwendung der Kapazität des Plattenkondensators, dass die elektrische Spannung U zwischen den Platten proportional zu d ist: $U \sim d$.

- b) Bei Spannungsmessgeräten unterscheidet man zwischen „dynamischen Voltmetern“ und „statischen Voltmetern“. Dynamische Voltmeter haben einen meistens hohen, aber endlichen Innenwiderstand, d. h., sie besitzen eine geringe Leitfähigkeit für elektrischen Strom. Statische Voltmeter hingegen besitzen einen nahezu unendlich hohen Innenwiderstand, sie leiten also praktisch keinen elektrischen Strom, stellen bei Messungen aber eine Kapazität dar.

Erläutern Sie die Tatsache, dass ein experimenteller Nachweis des Zusammenhangs aus Teilaufgabe 1a) mit einem dynamischen Voltmeter problematisch ist.

(8 Punkte)



Name: _____

Teilaufgabe 2

Die Abbildung 1 zeigt einen experimentellen Aufbau, mit dem der Zusammenhang zwischen U und d untersucht wurde. Die Spannungsmessung erfolgte dabei mit einem statischen Voltmeter.

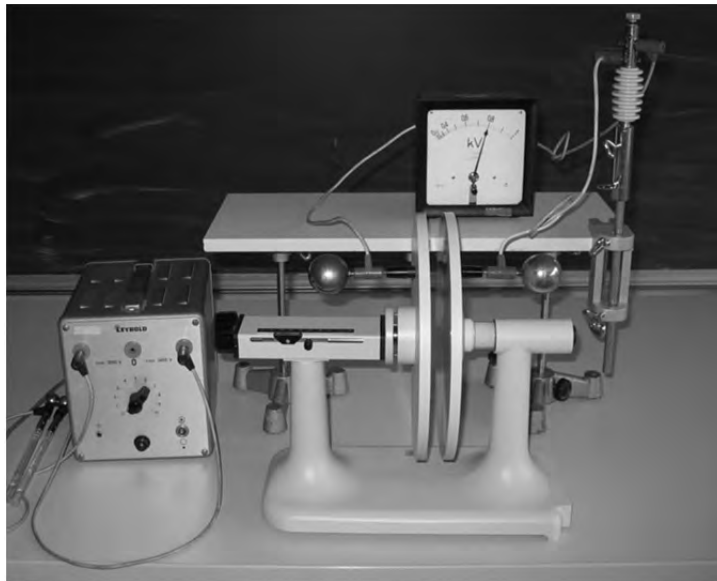


Abbildung 1: Aufbau zur Messung des Zusammenhangs aus Teilaufgabe 1

Bei schrittweiser Erhöhung des Plattenabstandes ergaben sich mit diesem Aufbau folgende Werte:

d in mm	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0
U in kV	0,300	0,395	0,537	0,660	0,768	0,854	0,930

- a) Die Spannung beim kleinsten Plattenabstand wurde am Ende der Messreihe nochmals bestimmt und zeigte wieder den gleichen Wert wie zu Beginn.
Begründen Sie, dass dieser Umstand zeigt, dass sich die Ladung während der Messung auf dem System aus Kondensator und Voltmeter nicht verändert hat.
- b) Zeigen Sie, dass die Messwerte den Zusammenhang aus Teilaufgabe 1a) **nicht** bestätigen.



Name: _____

- c) Der Grund für die nicht vorhandene Proportionalität zwischen Plattenabstand d und Spannung U ist die zusätzliche Kapazität C_M des statischen Voltmeters.

Leiten Sie den folgenden Zusammenhang für diese Schaltung her:

$$\frac{1}{U} = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{Q} \cdot \frac{1}{d} + \frac{C_M}{Q}$$

Dabei ist Q die Gesamtladung auf der Gesamtkapazität.

(14 Punkte)

Teilaufgabe 3

- a) Zeichnen Sie die Messwerte aus Teilaufgabe 2 in der Form $\frac{1}{U}$ in Abhängigkeit von $\frac{1}{d}$ in ein Diagramm ein. Begründen Sie anhand des Diagramms, dass die Messreihe den Zusammenhang aus Teilaufgabe 2c) bestätigt, und ermitteln Sie aus dem Diagramm die Steigung sowie den $\frac{1}{U}$ -Achsenabschnitt des Zusammenhangs der Messwerte in dieser Auftragung.

[Kontrollergebnis: Steigung $m = 4,3 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{V}}$, Achsenabschnitt $b = 4,6 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{V}}$]

- b) Der durch Extrapolation der Messwerte erhaltene $\frac{1}{U}$ -Achsenabschnitt b entspricht einem Grenzfall der Messung.

Beschreiben Sie die (nicht realisierbare) experimentelle Situation hierfür.

- c) Die runden Platten des Kondensators haben einen Radius von $r = 12 \text{ cm}$.

Bestimmen Sie aus der Steigung und dem Achsenabschnitt die elektrische Ladung Q auf dem System aus Plattenkondensator und Voltmeter während der Messung sowie die Kapazität C_M des statischen Voltmeters.

[Kontrollergebnis: $Q = 9,3 \cdot 10^{-8} \text{ As}$]

Hinweis: Sie können die elektrische Feldkonstante ϵ_0 als bekannt voraussetzen.

(22 Punkte)



Name: _____

Teilaufgabe 4

Die im elektrischen Feld eines Kondensators gespeicherte Energie E_K hängt von der Kapazität C sowie von der Ladung Q des Kondensators ab.

a) *Begründen Sie qualitativ, dass sich beim Auseinanderziehen der Platten eines ideal isolierten, geladenen und von der Spannungsquelle getrennten Plattenkondensators die in ihm gespeicherte Energie E_K erhöht.*

b) Ein ideal isolierter Plattenkondensator (Plattenradius $r = 12 \text{ cm}$ und Plattenabstand $d = 1,5 \text{ mm}$) wird auf die Spannung $U = 1000 \text{ V}$ aufgeladen.

Berechnen Sie die in diesem Kondensator gespeicherte elektrische Energie und beurteilen Sie, ob diese ausreicht, eine Stubenfliege ($m_{\text{Fliege}} \approx 80 \text{ mg}$) um die Strecke $\Delta h = 10 \text{ cm}$ anzuheben.

(10 Punkte)



Name: _____

Teilaufgabe 5

- a) Seit einigen Jahren ist es technisch möglich, Kondensatoren mit extrem hoher Kapazität herzustellen, sogenannte „Supercaps“. Die Abbildung 2 zeigt den Prototyp eines Brennstoffzellenautos, in dem 90 in Reihe geschaltete Supercaps als Zwischenspeicher für elektrische Energie verwendet werden.



Abbildung 2: Brennstoffzellenauto mit Kondensatoreinheit
(Quelle: *Physik für Mittelschulen*, hep-Verlag, Bern 2010)

Die Kondensatoreinheit des Wagens hat eine Gesamtkapazität von $C_{\text{ges}} = 29 \text{ F}$ und im voll aufgeladenen Zustand liegt an dem Modul eine Spannung von $U = 225 \text{ V}$ an.

Bestimmen Sie die Kapazität C_{Sc} eines einzelnen Supercaps sowie die in der voll aufgeladenen Kondensatoreinheit gespeicherte Gesamtenergie E_{ges} .

[Kontrollergesamt: $E_{\text{ges}} = 734 \text{ kJ}$]

- b) Der Elektromotor des Fahrzeugs benötigt bei maximaler Beschleunigung eine elektrische Leistung von $P = 40 \text{ kW}$. Die Kondensatoreinheit trägt in diesen Situationen kurzfristig zur Bereitstellung der Energie an den Elektromotor bei.

Bestimmen Sie die Höchstdauer einer maximalen Beschleunigung unter der Annahme, dass das Modul voll aufgeladen ist und allein die Energie aufbringt.

(11 Punkte)

Zugelassene Hilfsmittel:

- Physikalische Formelsammlung
- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit, auch mit CAS-Funktionalität)
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Unterlagen für die Lehrkraft

Abiturprüfung 2014

Physik, Leistungskurs

1. Aufgabenart

Bearbeitung einer Aufgabe, die fachspezifisches Material enthält

2. Aufgabenstellung¹

**Aufgabe: Eigenschaften des Plattenkondensators und Kondensatoren
als Energiespeicher**

(65 Punkte)

Hinweis: Kombinierbar entweder mit HT 3 oder HT 4

3. Materialgrundlage

- entfällt

4. Bezüge zu den Vorgaben 2014

1. *Inhaltliche Schwerpunkte*

- Ladungen und Felder
 - Elektrisches Feld, elektrische Feldstärke, Spannung

2. *Medien/Materialien*

- entfällt

5. Zugelassene Hilfsmittel

- Physikalische Formelsammlung
- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit, auch mit CAS-Funktionalität)
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

¹ Die Aufgabenstellung deckt inhaltlich alle drei Anforderungsbereiche ab.

6. Modelllösungen

Die jeweilige Modelllösung stellt eine mögliche Lösung bzw. Lösungsskizze dar. Der gewählte Lösungsansatz und -weg der Schülerinnen und Schüler muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet (Bewertungsbogen: Zeile „Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung“).

Sollte die Auswertung der Messdaten mit Hilfe eines grafikfähigen TR oder CAS erfolgen, so muss der Prüfling die entstandenen Graphen für die korrigierende Lehrkraft skizzenhaft in seiner Reinschrift dokumentieren.

Teilaufgabe 1

- a) Bei einem von der elektrischen Quelle getrennten Plattenkondensator kann bei sehr guter Isolierung davon ausgegangen werden, dass die Ladungsmenge Q auf den Platten sich nicht verändert.

Aus der Kapazität eines Plattenkondensators $\frac{Q}{U} = C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d}$

folgt dann $U = \frac{Q}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A} \cdot d$ und damit $U \sim d$, falls die Ladungsmenge Q sich nicht ändert.

- b) Da die üblicherweise auf Plattenkondensatoren gespeicherte Ladungsmenge sehr klein ist, entlädt sich der Kondensator über ein dynamisches Voltmeter auch mit hohem Innenwiderstand sehr schnell.

Die Voraussetzung, dass die Ladungsmenge unverändert ist, ist somit nicht mehr gegeben.

Teilaufgabe 2

- a) Bei der Wiederholung der Messung beim kleinsten Abstand kann davon ausgegangen werden, dass die Kapazität des Plattenkondensators wieder gleich ist wie bei der ersten Messung.

Da $C = \frac{Q}{U}$ und die gemessene Spannung U die gleiche ist wie zu Beginn der Messreihe,

kann davon ausgegangen werden, dass die Gesamtladung während der Messreihe konstant geblieben ist.

b) Der Zusammenhang aus Teilaufgabe 1a) kann in der Messreihe nicht bestätigt werden, da bei Verdopplung des Plattenabstandes d sich die gemessene Spannung U nicht verdoppelt.

Beispiel: Verdopplung des Abstandes $d=2\text{ mm} \rightarrow d=4\text{ mm}$ führt zu

$U(2\text{ mm}) = 0,395\text{ V} \rightarrow U(4\text{ mm}) = 0,660\text{ V}$, also nicht zu einer Verdopplung der gemessenen Spannung. Demnach bestätigt die Messreihe die Proportionalität $U \sim d$ nicht.

Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:

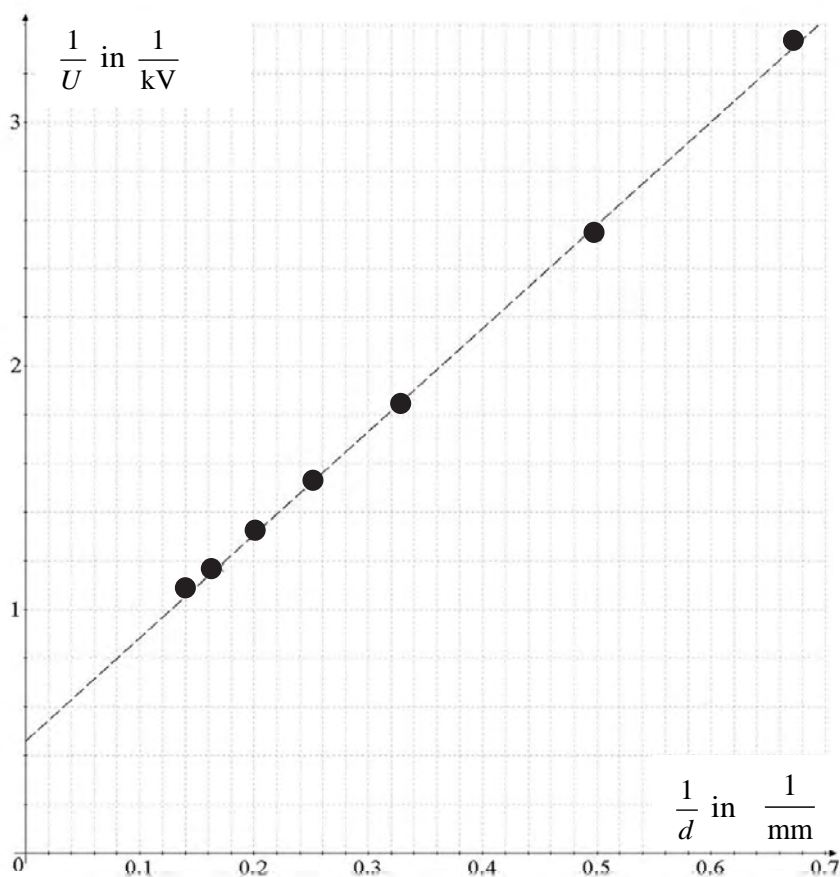
Es genügt, wenn der Prüfling ein (einziges) Gegenbeispiel als Beleg für seine Aussage angibt.

c) Das statische Voltmeter stellt eine zusätzliche zum Kondensator parallel geschaltete Kapazität C_M dar. Die Gesamtkapazität in der Messung beträgt damit:

$$\frac{Q}{U} = C_{\text{ges}} = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d} + C_M \text{ und damit ergibt sich } \frac{1}{U} = \frac{C_{\text{ges}}}{Q} = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{Q} \cdot \frac{1}{d} + \frac{C_M}{Q}.$$

Teilaufgabe 3

a) Aus den Messwerten ergibt sich die grafische Auftragung:



Die grafische Auswertung der Messwerte bestätigt den linearen Zusammenhang zwischen $\frac{1}{U}$ und $\frac{1}{d}$, da die Messwerte auf einer Geraden liegen.

Der $\frac{1}{U}$ -Achsenabschnitt der extrapolierten Ausgleichsgeraden ergibt sich zu

$$\frac{1}{U} = 0,46 \frac{1}{\text{kV}} = 4,6 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{V}}.$$

Die Steigung kann aus einem Steigungsdreieck an die Ausgleichsgerade ermittelt werden, z. B.:

$$\text{Wertepaar 1: } \frac{1}{d} = 0,1 \frac{1}{\text{mm}} = 100 \frac{1}{\text{m}} \rightarrow \frac{1}{U} = 0,88 \frac{1}{\text{kV}} = 8,8 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{V}}$$

$$\text{Wertepaar 2: } \frac{1}{d} = 0,22 \frac{1}{\text{mm}} = 220 \frac{1}{\text{m}} \rightarrow \frac{1}{U} = 1,4 \frac{1}{\text{kV}} = 1,4 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{V}}$$

$$\text{Steigung: } m = \frac{\frac{1}{U_2} - \frac{1}{U_1}}{\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1}} = \frac{1,4 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{V}} - 8,8 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{V}}}{220 \frac{1}{\text{m}} - 100 \frac{1}{\text{m}}} = 4,3 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{V}}$$

b) Der $\frac{1}{U}$ -Achsenabschnitt der extrapolierten Gerade stellt die Situation $\frac{1}{d} = 0 \frac{1}{\text{m}}$ dar.

Dies entspricht der experimentellen Situation, dass die Platten sich in unendlicher Entfernung voneinander befinden (und der Plattenkondensator dabei die Kapazität $C=0\text{F}$ besitzt).

c) Aus der ermittelten Steigung $m = 4,3 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{V}}$ und dem $\frac{1}{U}$ -Achsenabschnitt

$b = 4,6 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{V}}$ ergibt sich die Gesamtladung sowie die Kapazität des Messgeräts:

$$m = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{Q} \rightarrow Q = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{m} = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot \pi \cdot (0,12\text{m})^2}{4,3 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{V}}} = 9,3 \cdot 10^{-8} \text{As}$$

$$b = \frac{C_M}{Q} \rightarrow C_M = b \cdot Q = 4,6 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{V}} \cdot 9,3 \cdot 10^{-8} \text{As} = 4,3 \cdot 10^{-11} \text{F}$$

Teilaufgabe 4

- a) Zwischen den entgegengesetzt geladenen Kondensatorplatten besteht ein elektrisches Feld und es wirkt die elektrostatische Anziehungskraft \vec{F}_{el} zwischen den Platten. Beim Auseinanderziehen werden die Platten und aufgrund der idealen Isolierung auch die Ladungen gegen die wirkende Anziehungskraft verschoben. Die dafür erforderliche Energie erhöht die potenzielle Energie der Ladungen auf den Platten und damit die im Kondensator gespeicherte Energie.

Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:

Bei der Begründung kann alternativ auch über die Energieformel des Kondensators argumentiert werden:

$$E_K = \frac{Q^2}{2 \cdot C} = \frac{Q^2}{2 \cdot (\epsilon_0 \cdot \frac{A}{d})} \rightarrow E_K \sim d, \text{ falls die Ladung auf dem Kondensator unverändert}$$

ist (ideale Isolierung).

- b) Gegeben: $r = 12 \text{ cm}$, $d = 1,5 \text{ mm}$, $U = 1000 \text{ V}$, $m_{\text{Fliege}} = 80 \text{ mg}$, $\Delta h = 10 \text{ cm}$

Im Kondensator gespeicherte Energie:

$$E_K = \frac{1}{2} \cdot (\epsilon_0 \cdot \frac{A}{d}) \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot (8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot \frac{\pi \cdot (0,12 \text{ m})^2}{0,0015 \text{ m}}) \cdot (1000 \text{ V})^2 = 1,3 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

Notwendige Energie zum Anheben der Fliege:

$$\Delta E_{\text{Fliege}} = m_{\text{Fliege}} \cdot g \cdot \Delta h = 8 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 0,1 \text{ m} = 7,8 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

Ergebnis: Die im Kondensator gespeicherte Energie reicht aus, um die Fliege um $\Delta h = 10 \text{ cm}$ anzuheben.

Teilaufgabe 5

a) Gegeben: $C_{\text{ges}} = 29 \text{ F}$ bestehend aus 90 in Reihe geschalteten identischen Supercap-Kondensatoren, anliegende Gesamtspannung: $U = 225 \text{ V}$.

Gesucht: Kapazität C_{Sc} eines einzelnen Supercap-Kondensators und die gespeicherte Gesamtenergie im Kondensatormodul.

$$\text{Formel für die Kondensator-Reihenschaltung: } \frac{1}{C_{\text{ges}}} = \frac{1}{C_{\text{Sc}}} + \frac{1}{C_{\text{Sc}}} + \dots + \frac{1}{C_{\text{Sc}}} = \frac{90}{C_{\text{Sc}}}$$

Daraus ergibt sich die Kapazität eines einzelnen Supercaps zu

$$C_{\text{Sc}} = 90 \cdot C_{\text{ges}} = 90 \cdot 29 \text{ F} = 2610 \text{ F}.$$

Die im Kondensatormodul gespeicherte Gesamtenergie ergibt sich zu

$$E_{\text{ges}} = \frac{1}{2} \cdot 29 \text{ F} \cdot (225 \text{ V})^2 = 7,34 \cdot 10^5 \text{ J}.$$

b) Gegeben: $P_{\text{Motor}} = 40 \text{ kW}$ Motorleistung bei maximaler Beschleunigung des Elektro-PKW.

Wird diese Motorleistung allein aus dem Kondensatormodul aufgebracht, so ist dies im

$$\text{Idealfall für insgesamt } \Delta t = \frac{E_{\text{ges}}}{P_{\text{Motor}}} = \frac{7,34 \cdot 10^5 \text{ J}}{40000 \text{ W}} = 18,4 \text{ s} \text{ möglich.}$$

7. Teilleistungen – Kriterien / Bewertungsbogen zur Prüfungsarbeit

Name des Prüflings: _____ Kursbezeichnung: _____

Schule: _____

Teilaufgabe 1

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK ²	ZK	DK
	Der Prüfling				
a)	zeigt für diese Situation unter Verwendung der Kapazität des Plattenkondensators, dass die elektrische Spannung U zwischen den Platten proportional zu d ist.	4			
b)	erläutert, dass ein experimenteller Nachweis des Zusammenhangs aus Teilaufgabe 1a) mit einem dynamischen Voltmeter problematisch ist.	4			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (8)					
Summe Teilaufgabe 1		8			

Teilaufgabe 2

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
	Der Prüfling				
a)	begründet anhand der Kontrollmessung, dass sich die Ladung während der Messung auf dem System aus Kondensator und Voltmeter nicht verändert hat.	4			
b)	zeigt, dass die Messwerte den Zusammenhang aus Teilaufgabe 1a) nicht bestätigen.	4			
c)	leitet den Zusammenhang für den Plattenkondensator her.	6			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (14)					
Summe Teilaufgabe 2		14			

² EK = Erstkorrektur; ZK = Zweitkorrektur; DK = Drittkorrektur

Teilaufgabe 3

Anforderungen		Lösungsqualität			
Der Prüfling		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
a1)	zeichnet die Messwerte aus Teilaufgabe 2 in der Form $\frac{1}{U}$ in Abhängigkeit von $\frac{1}{d}$ in ein Diagramm ein.	6			
a2)	begründet anhand des Diagramms, dass die Messreihe den Zusammenhang aus Teilaufgabe 2c) bestätigt.	2			
a3)	ermittelt aus dem Diagramm die Steigung sowie den Achsenabschnitt des Zusammenhangs der Messwerte.	5			
b)	beschreibt die (nicht realisierbare) experimentelle Situation für den Achsenabschnitt.	3			
c1)	bestimmt aus der Steigung und dem Achsenabschnitt die elektrische Ladung Q der Platten während der Messung.	3			
c2)	bestimmt aus der Steigung und dem Achsenabschnitt die Kapazität C_M des statischen Voltmeters.	3			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (22)					
Summe Teilaufgabe 3		22			

Teilaufgabe 4

Anforderungen		Lösungsqualität			
Der Prüfling		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
a)	begründet qualitativ, dass sich beim Auseinanderziehen der Platten eines ideal isolierten geladenen Plattenkondensators die in ihm gespeicherte Energie E_K erhöht.	4			
b1)	berechnet die in diesem Kondensator gespeicherte Energie.	3			
b2)	beurteilt, ob es mit dieser Energie möglich ist, eine Stubenfliege ($m_{\text{Fliege}} \approx 80 \text{ mg}$) um eine Strecke $\Delta h = 10 \text{ cm}$ anzuheben.	3			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (10)					
Summe Teilaufgabe 4		10			

Teilaufgabe 5

Anforderungen		Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
Der Prüfling					
a1)	bestimmt die Kapazität eines einzelnen Supercaps.	4			
a2)	bestimmt die in der voll aufgeladenen Kondensatoreinheit gespeicherte Gesamtenergie.	3			
b)	bestimmt die Höchstdauer einer maximalen Beschleunigung unter der Annahme, dass das Modul voll aufgeladen ist und allein die Energie aufbringt.	4			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (11)					
Summe Teilaufgabe 5		11			

Summe insgesamt	65			
------------------------	-----------	--	--	--

Festlegung der Gesamtnote (Bitte nur bei der letzten bearbeiteten Aufgabe ausfüllen.)

	Lösungsqualität			
	maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
Übertrag der Punktzahl aus der ersten bearbeiteten Aufgabe	65			
Übertrag der Punktzahl aus der zweiten bearbeiteten Aufgabe	65			
Punktzahl der gesamten Prüfungsleistung	130			
aus der Punktzahl resultierende Note				
Note ggf. unter Absenkung um ein bis zwei Notenpunkte gemäß § 13 Abs. 2 APO-GOST				
Paraphe				

ggf. arithmetisches Mittel der Punktzahlen aus EK und ZK: _____

ggf. arithmetisches Mittel der Notenurteile aus EK und ZK: _____

Die Klausur wird abschließend mit der Note: _____ (____ Punkte) bewertet.

Unterschrift, Datum:

Grundsätze für die Bewertung (Notenfindung)

Für die Zuordnung der Notenstufen zu den Punktzahlen ist folgende Tabelle zu verwenden:

Note	Punkte	Erreichte Punktzahl
sehr gut plus	15	130 – 124
sehr gut	14	123 – 117
sehr gut minus	13	116 – 111
gut plus	12	110 – 104
gut	11	103 – 98
gut minus	10	97 – 91
befriedigend plus	9	90 – 85
befriedigend	8	84 – 78
befriedigend minus	7	77 – 72
ausreichend plus	6	71 – 65
ausreichend	5	64 – 59
ausreichend minus	4	58 – 51
mangelhaft plus	3	50 – 43
mangelhaft	2	42 – 34
mangelhaft minus	1	33 – 26
ungenügend	0	25 – 0



Name: _____

Abiturprüfung 2014

Physik, Leistungskurs

Aufgabenstellung:

Aufgabe: Induktionseffekte beim Gleichstrom-Elektromotor bzw. -Generator

Gleichstrom-Elektromotoren werden in der Industrie oder in Fahrzeugen aller Art verwendet. Sie zeichnen sich meist durch gut regelbare Drehfrequenz, Laufruhe, kompakte Bauweise und extreme Robustheit aus. In der folgenden Aufgabe sollen einige physikalische Aspekte der Funktionsweise solcher Motoren untersucht werden.

Teilaufgabe 1: Prinzipielle Funktionsweise eines Gleichstrom-Elektromotors

a) Die Abbildung 1 zeigt einen Gleichstrom-Elektromotor in seiner einfachsten Form.

Er besteht aus einem Permanentmagneten, in dessen Magnetfeld eine Spule bzw., wie hier abgebildet, sogar nur eine einzige Leiterschleife drehbar gelagert ist. Neben diversen mechanischen Halterungen sind zusätzlich nur noch die Stromzuführung und ein sogenannter Kommutator (= Stromwender) notwendig.

Kommutator, er besteht aus zwei gebogenen, elektrisch leitenden Halbschalen, die gegeneinander isoliert sind und auf einem zylinderförmigen und drehbar gelagerten Isolator befestigt sind. Die beiden Enden der Leiterschleife sind mit jeweils einer Halbschale leitend verbunden. Über die Schleifkontakte und die beiden Halbschalen ist die Leiterschleife an die Spannungsquelle angeschlossen.

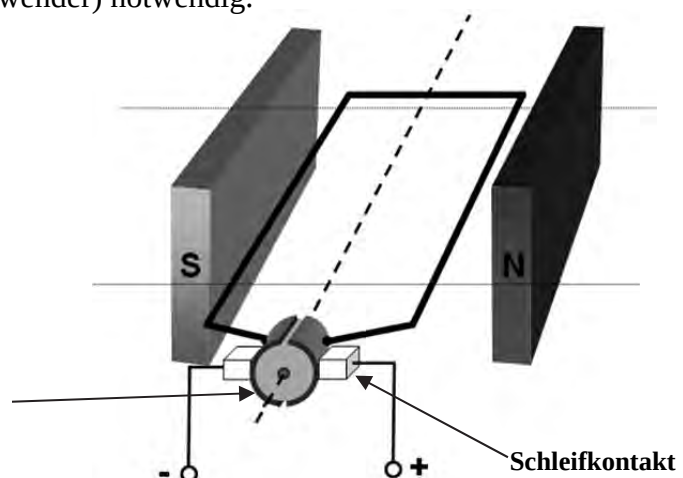


Abbildung 1: Prinzipieller Aufbau eines einfachen Gleichstrom-Elektromotors



Name: _____

Ermitteln Sie die Drehrichtung der Leiterschleife in der in Abbildung 1 dargestellten Situation und begründen Sie Ihr Ergebnis.

Erläutern Sie die Funktion bzw. die Notwendigkeit des Kommutators.

- b) Bei technisch ausgereiften Motoren wird nicht nur **eine** Leiterschleife verwendet, sondern eine räumlich ausgedehnte Spule mit vielen Windungen (siehe Abbildung 2). Bei dem hier untersuchten Motor wird, wie in der Abbildung 2 dargestellt, durch weitere konstruktive Maßnahmen dafür gesorgt, dass die Stärke B des Permanentmagnetfeldes, durch welches sich die Leiterstücke bewegen müssen, im Bereich der beiden „Luftspalte“ (siehe Abbildung 2) dem Betrage nach möglichst überall gleich groß ist und die Feldlinien zudem stets senkrecht zur Bewegungsrichtung der Leiterabschnitte stehen. Außerhalb der beiden Luftspalte durchlaufen die Leiterstücke dagegen nahezu magnetfeldfreie Bereiche. Dies wird insbesondere durch die Form des im Zentrum feststehenden (also nicht rotierenden) Magneten sowie durch die eisenhaltige Umhüllung des Motors erreicht (siehe Abbildung 2).



Name: _____

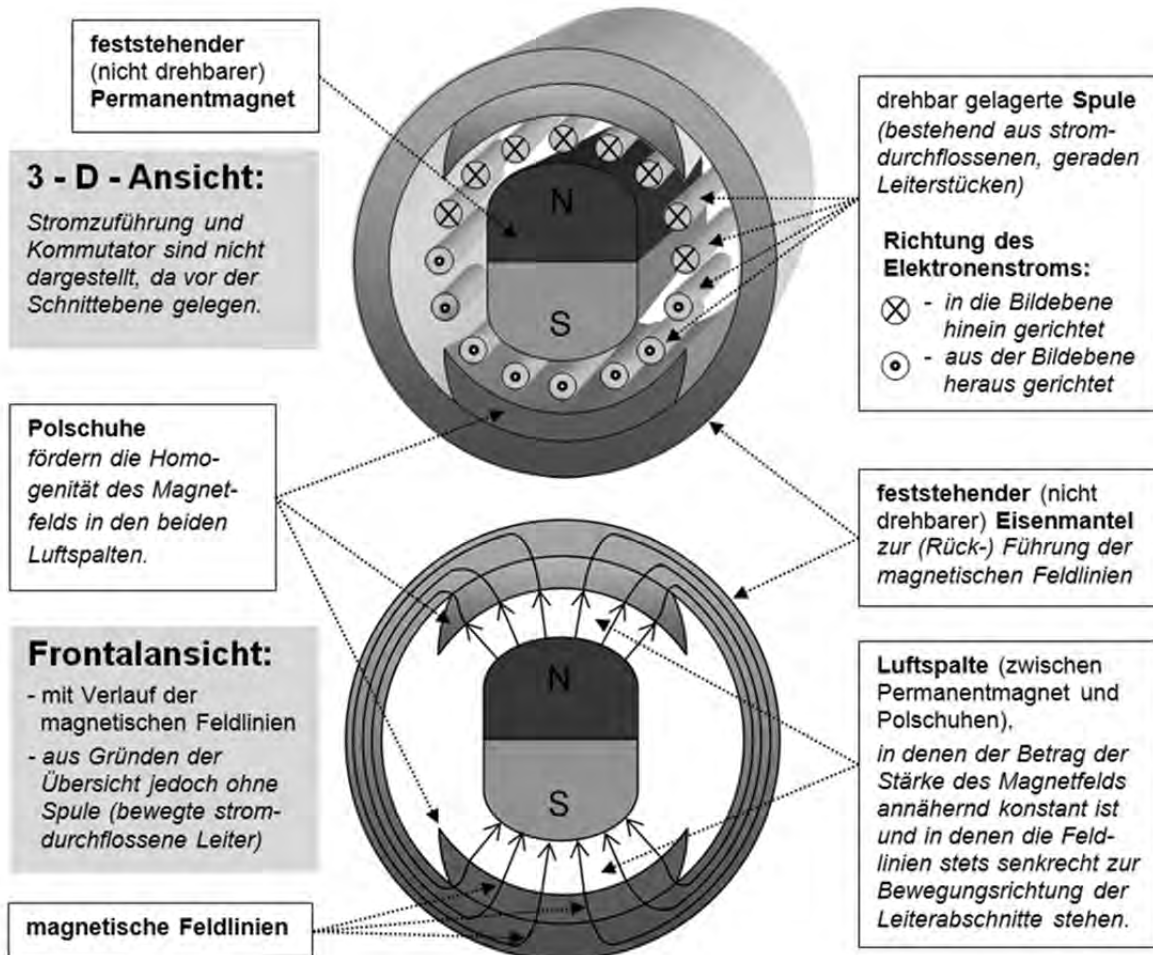


Abbildung 2: Schematisch dargestellter Schnitt durch einen technisch optimierten einfachen Gleichstrom-Elektromotor

Erläutern Sie, welche Vorteile ein so aufgebauter Motor gegenüber dem in Abbildung 1 gezeigten einfachen Motor im Hinblick auf die Kraft (das Drehmoment) des Motors hat.

(13 Punkte)



Name: _____

Teilaufgabe 2: Der Elektromotor als Gleichspannungs-Generator

Jeder Gleichstrom-Elektromotor (mit permanentem Magnetfeld) kann auch als Gleichspannungs-**Generator** verwendet werden. Die Spannung eines kleinen Generators, der dem in Abbildung 2 (siehe oben) skizzierten Aufbau entspricht, wurde in Abhängigkeit von der Drehfrequenz gemessen. Die Messwerte sind in der folgenden Tabelle wiedergegeben.

f in s^{-1}	0	10	20	30	35	40	50	60	70
U_{ind} in V	0	1,8	3,6	5,2	6,2	7,1	9,0	10,5	12,4

Tabelle: Gemessene Induktionsspannungen in Abhängigkeit von der Drehfrequenz

a) *Bestätigen Sie durch grafische Auswertung der Messwerte, dass $U_{\text{ind}} \sim f$ gilt, und zeigen Sie, dass dieser als Generator betriebene Gleichstrom-Motor bei einer Drehfrequenz von $f = 1 s^{-1}$ eine (Induktions-)Spannung von ca. 0,177 V liefert.*

b) Der hier verwendete Generator, der dem in Abbildung 2 skizzierten Aufbau entspricht, liefert eine nahezu konstante Induktionsspannung.

Begründen Sie, möglichst unter Bezugnahme auf die Skizze in Abbildung 2 sowie die entsprechenden Angaben in Teilaufgabe 1b), warum die in der Spule induzierte Spannung (bei konstanter Drehfrequenz des Generators) nahezu konstant ist.

(13 Punkte)

Teilaufgabe 3: Der belastete Gleichstrom-Elektromotor

Die gleiche „elektrische Maschine“ lässt sich also sowohl als Motor als auch als Generator betreiben. In dieser Teilaufgabe soll ein beim Betrieb als Motor auftretendes Phänomen untersucht werden. Bei der Nutzung von Gleichstrom-Elektromotoren kann beobachtet werden, dass der durch einen solchen Motor fließende Strom, trotz konstanter Versorgungsspannung, immer dann anwächst, wenn sich die Drehfrequenz eines solchen Motors durch starke (Arbeits-)Belastung verringert. Dieser „automatische“ Stromanstieg bewirkt, dass der Motor, sobald er eine Arbeit zu verrichten hat, mehr Kraft, besser gesagt ein größeres Drehmoment, entwickelt. Somit wirkt ein solcher Motor (in gewissen Grenzen) einem belastungsbedingten Drehfrequenzabfall aus prinzipiellen physikalischen Gründen „automatisch“ entgegen.



Name: _____

- a) Erklären Sie mit Hilfe des physikalischen Prozesses der Induktion, warum es, bei konstanter Versorgungsspannung am Motor, zu einem Anstieg der Stromstärke kommt, wenn die Drehfrequenz f der im Motor befindlichen Spule geringer wird, weil der Motor durch eine (von ihm zu verrichtende) Arbeit stark belastet wird.

Hinweis: Für diese Aufgabe gibt es *sehr* unterschiedliche Lösungsmöglichkeiten. Je nach gewählter Lösungsalternative kann es sinnvoll sein, sich auf die in Abbildung 1 gezeigte bildliche Darstellung eines Elektromotors zu beziehen.

- b) Wird der hier verwendete Gleichstrom-Experimentiermotor ohne jede (arbeitsmäßige) Belastung mit einer Betriebsspannung von $U = 12 \text{ V}$ betrieben, so erreicht er nach sehr kurzer Zeit seine (End-)Drehfrequenz f_{End} . Dabei fließt dann ein Strom von $I_0 = 0,017 \text{ A}$ durch den Motor.

Wird der Motor dann belastet, so wird die Drehfrequenz kleiner und die Stromstärke wächst deutlich an. Wird der Motor bei (weiterhin) konstanter Betriebsspannung von $U = 12 \text{ V}$ sogar angehalten, fließt ein Strom der Stärke $I_{\text{max}} = 1,132 \text{ A}$.

Berechnen Sie den Ohm'schen Widerstand R der (unbewegten) Spule des Motors und ermitteln Sie, welche Spannung U_0 erforderlich ist, um einen Strom der Stärke $I_0 = 0,017 \text{ A}$ durch den Widerstand R (der Spule) fließen zu lassen.

- c) Berechnen Sie die Stärke I_{Teillast} des Stroms, der durch den Motor fließt, wenn dieser wieder mit $U = 12 \text{ V}$ und einer (belastungsbedingten) Drehfrequenz von $f = 33 \text{ s}^{-1}$ betrieben wird.

Hinweis: Rechnen Sie mit einem Ohm'schen Widerstand der Spule von $R \approx 10,60 \Omega$ und mit der (bereits in Teilaufgabe 2a) angegebenen) Information, dass $U_{\text{ind}} \sim f$ gilt und dass der Generator bei einer Drehfrequenz von $f = 1 \text{ s}^{-1}$ eine Induktionsspannung von ca. $0,177 \text{ V}$ liefert.

(16 Punkte)



Name: _____

Teilaufgabe 4: Große Stromstärken beim Anfahren von Elektromotoren

Wie in Teilaufgabe 3 beschrieben, hängt die Stromstärke, trotz konstanter Betriebsspannung, stark von der Drehfrequenz ab. Deshalb treten (auch) beim Anfahren/Anlaufen von Gleichstrom-Motoren oft große (und daher meist unerwünschte) „Anlauf-Ströme“ auf. Die beiden Diagramme in den Abbildungen 3a und 3b zeigen (für zwei unterschiedliche Fälle) jeweils den zeitlichen Verlauf der Stärke des Stroms, der nach dem Einschalten durch den hier untersuchten Gleichstrom-Motor fließt.

Die Abbildung 3a zeigt den zeitlichen Verlauf der Stärke des Stroms für den extremen Fall, dass der Motor gar nicht anlaufen kann, weil die Antriebswelle „festgehalten“ wird, der Antrieb also blockiert ist.

Das Diagramm in der Abbildung 3b zeigt dagegen den zeitlichen Verlauf der Stärke des Stroms, der durch diesen Motor fließt, wenn er zwar anlaufen kann, das Anlaufen jedoch durch eine von ihm zu verrichtende Arbeit etwas erschwert/verzögert wird.

Hinweis: Beachten Sie die unterschiedlichen Zeitskalen in den beiden Abbildungen.

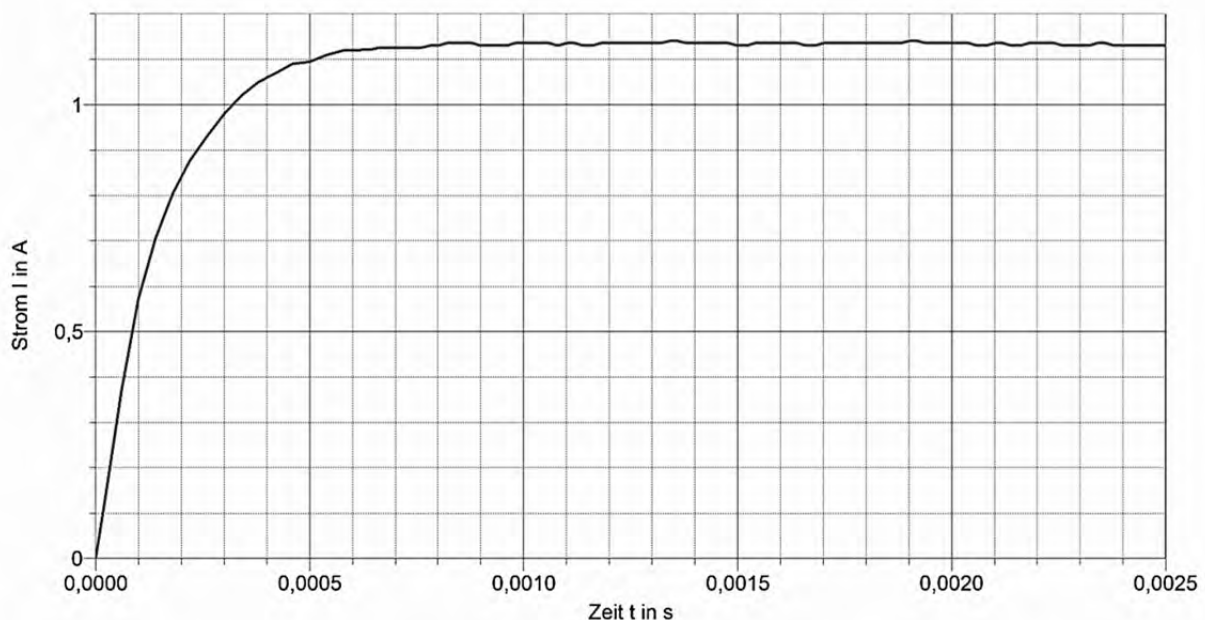


Abbildung 3a: Grafische Darstellung der zeitabhängigen Stromstärke bei völlig blockiertem Antrieb, der Motor kann sich also nicht drehen.



Name: _____

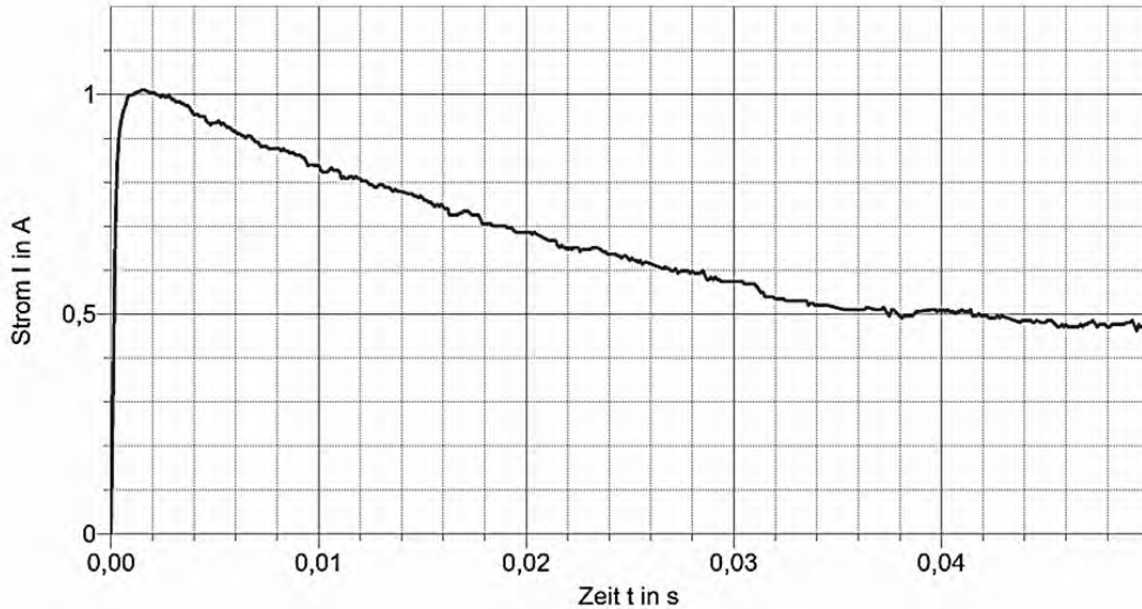


Abbildung 3b: Grafische Darstellung der zeitabhängigen Anlaufstromstärke

- a) Bei der in Abbildung 3a grafisch dargestellten Zeit-Strom-Funktion handelt es sich um eine Funktion mit beschränktem Wachstum, sie kann mathematisch durch

$$I(t) = I_{\text{End}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{R}{L} \cdot t} \right) \text{ beschrieben werden.}$$

Ermitteln Sie die Induktivität L der Spule, wenn der Ohm'sche Widerstand dieser Spule $R = 10,60 \, \Omega$ beträgt.

Hinweis: Die dazu erforderlichen Daten für ein geeignetes t - $I(t)$ -Wertepaar sowie für I_{End} können dem Grafen in Abbildung 3a entnommen werden.

- b) Der hier beschriebene Einschaltvorgang mit blockiertem Antrieb (siehe Abbildung 3a)

kann durch die Differentialgleichung $\dot{I} = \frac{U_{\text{ges}}}{L} - \frac{R}{L} \cdot I$ beschrieben werden.

Leiten Sie diese Differentialgleichung aus einem geeigneten Ansatz her und begründen Sie Ihren Ansatz physikalisch.

Zeigen Sie, dass die in Teilaufgabe 4a) gegebene Funktion $I(t)$ eine Lösung der Differentialgleichung ist.



Name: _____

c) Obwohl die Induktivität der Spule des Motors dem schnellen Anwachsen der Stärke des Einschaltstroms zumindest etwas entgegenwirkt, steigt die Stromstärke (bei nicht blockierter Spule) nach dem Einschalten kurzzeitig auf einen deutlich höheren Wert als den des später fließenden Betriebsstroms an (siehe Abbildung 3b). Mit Hilfe einer zusätzlichen (zweiten) Spule kann dieser hohe Anlaufstrom (deutlich) reduziert werden.

Erläutern Sie, wie mit Hilfe einer (geeigneten) zusätzlichen Spule dem großen Anlaufstrom entgegengewirkt werden kann, und begründen Sie qualitativ, warum ein (rein) Ohm'scher Widerstand nicht geeignet ist, den Einschaltstrom (beim Anfahren) eines Elektromotors zu reduzieren.

(23 Punkte)

Zugelassene Hilfsmittel:

- Physikalische Formelsammlung
- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit, auch mit CAS-Funktionalität)
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Unterlagen für die Lehrkraft

Abiturprüfung 2014

Physik, Leistungskurs

1. Aufgabenart

Bearbeitung einer Aufgabe, die fachspezifisches Material enthält

2. Aufgabenstellung¹

Aufgabe: Induktionseffekte beim Gleichstrom-Elektromotor bzw. -Generator
(65 Punkte)

Hinweis: Kombinierbar entweder mit HT 3 oder HT 4

3. Materialgrundlage

Versuchsmaterial und -aufbau

Hinweis zum Experiment:

Vorgeführt wird nur ein kurzer qualitativer Versuch zum „belastungsabhängigen“ Anstieg der Stromstärke gemäß der Teilaufgaben 3a) und 3b).

Versuchsaufbau

Benötigt werden:

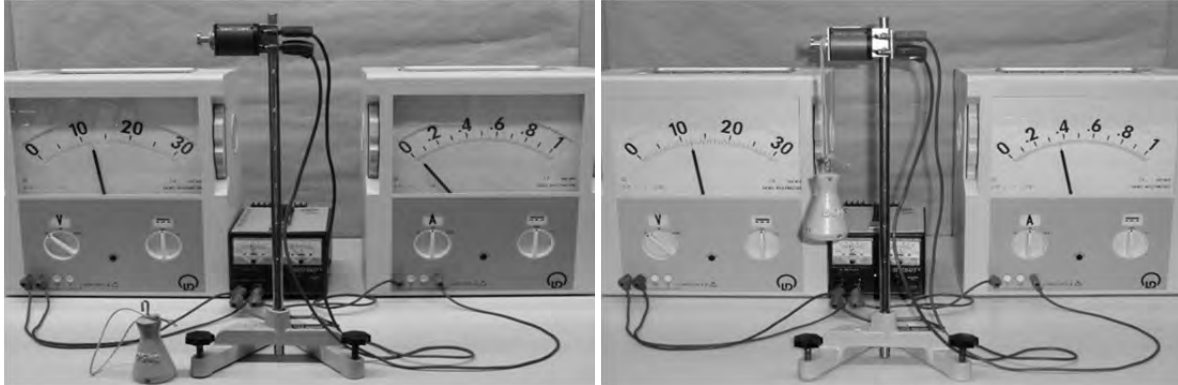
- 1 Gleichstrom-Elektromotor (mit nicht zu großem Drehmoment, da der Motor bei angelegter Betriebsspannung z. B. „von Hand“ gebremst werden soll)
Hier wurde der „STE Motor und Tachogenerator“ von Leybold Didactic (Bestellnummer 57943) verwendet.
- 1 passende Gleichspannungs-/Gleichstromquelle mit geregelter Ausgangsspannung, aber ohne Stromregelung (Strombegrenzung abschalten)
- 2 Demonstrations-Vielfachmessgeräte
- diverse Laborkabel und Stativmaterial
- eine „Bremseinrichtung“ zur Erzeugung eines konstanten mechanischen Widerstandes (Hier wurden ein Massestück sowie eine Schlaufe aus Paketkordel benutzt.)

¹ Die Aufgabenstellung deckt inhaltlich alle drei Anforderungsbereiche ab.

Aufbau

Der Aufbau erfolgt entsprechend den nachfolgenden Abbildungen.

Ein geschlossener Stromkreis aus regelbarer Gleichstromquelle, Amperemeter und Gleichstrommotor wird aufgebaut, die Spannung an der Quelle (= Betriebsspannung des Motors) kann mit einem Voltmeter gemessen werden.



Versuchsdurchführung

1. Die Lehrkraft erläutert den Aufbau.
2. Die Versorgungsspannung wird auf die Nennbetriebsspannung des Motors eingestellt, der Motor läuft ohne zusätzliche „Belastung“. Die gemessene Stromstärke ist „relativ klein“, durch Wahl eines geeigneten Messbereichs wird von der Lehrkraft gezeigt und verbalisiert, dass ein („kleiner“) Strom fließt.
3. Für die Stromstärkemessung wird nun ein Messbereich so gewählt, dass der Zeiger/die Anzeige sich deutlich im „unteren Bereich“ des gewählten Messbereichs befindet. Dies wird auch von der Lehrkraft so beschrieben.
4. Die Lehrkraft fordert die Prüflinge auf, die Messgeräte, insbesondere das Amperemeter, zu beobachten, wenn der Motor im Folgenden belastet wird bzw. die Belastung geändert wird. Es wird auch darauf hingewiesen, dass sich die Drehzahl bei Belastung („deutlich“) verringert (je nach Versuchsaufbau/Versuchsbedingungen nicht gut sichtbar).
5. Die Lehrkraft demonstriert, dass bei „Abbremsung“ des Motors/Reduzierung der Drehfrequenz des Motors (z. B. mit der Hand – siehe Sicherheitshinweise –) die Stromstärke stark zunimmt. Zudem wird demonstriert, dass bei „konstanter Belastung“ (Reduzierung der Drehfrequenz des Motors auf einen konstanten Wert unterhalb der „Leerlauf“-Drehzahl) die Stromstärke auf einem „konstant hohen Wert“ bleibt. Diese „konstante Belastung“ kann z. B. (wie in der oben stehenden Abbildung zu sehen ist) mit Hilfe eines „Reibbandes“ und eines Massestücks erfolgen, auch mit der Hand (siehe Sicherheitshinweise!) kann eine gleich bleibende Reduzierung der Drehfrequenz des Motors erfolgen.
6. Die Lehrkraft demonstriert, dass bei „Abbremsung“ des Motors bis zum Stillstand (z. B. mit der Hand – Sicherheitshinweise beachten!) die Stromstärke bis zu einem Maximalwert, welcher dann auch konstant bleibt, ansteigt.

Die Punkte 5 und 6 der Versuchsdurchführung werden jeweils zweimal wiederholt, also insgesamt dreimal vorgeführt.

Die Sicherheitsbestimmungen der RISU NRW sind zu beachten.

Zudem sei ausdrücklich darauf hingewiesen, dass bei Verwendung eines Motors, der nicht „problemlos mit der Hand“ angehalten werden kann, die Abbremsung des Motors auch **nicht** unter Verwendung von Handschuhen erfolgen darf. Es sind geeignete Bremsvorrichtungen (z. B. „Reibbänder“ und Massestücke gemäß der Abbildung oben) zu verwenden. Weite Kleidung oder lange Haare dürfen nicht in die Nähe der rotierenden Motorteile kommen. Zudem ist auf einen hinreichenden Sicherheitsabstand sowie auf die Möglichkeit zur Notabschaltung des Motors zu achten.

4. Bezüge zu den Vorgaben 2014**1. Inhaltliche Schwerpunkte**

- Ladungen und Felder
 - Elektrisches Feld, elektrische Feldstärke, Spannung (Feldkraft auf Ladungsträger im homogenen Feld)
 - Magnetisches Feld, magnetische Feldgröße B , Lorentzkraft (Stromwaage)
 - Bewegung von Ladungsträgern in elektrischen und magnetischen Feldern
- Elektromagnetismus
 - Elektromagnetische Induktion, Induktionsgesetz mit zeitlicher Veränderung von A und B
 - Selbstinduktion, Induktivität (Ein- und Ausschaltvorgänge bei Spulen)

2. Medien/Materialien

- entfällt

5. Zugelassene Hilfsmittel

- Physikalische Formelsammlung
- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit, auch mit CAS-Funktionalität)
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

6. Modellösungen

Die jeweilige Modellösung stellt eine mögliche Lösung bzw. Lösungsskizze dar. Der gewählte Lösungsansatz und -weg der Schülerinnen und Schüler muss nicht identisch mit dem der Modellösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet (Bewertungsbogen: Zeile „Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modellösung“).

Sollte die Auswertung der Messdaten mit Hilfe eines grafikfähigen TR oder CAS erfolgen, so muss der Prüfling die entstandenen Graphen für die korrigierende Lehrkraft skizzenhaft in seiner Reinschrift dokumentieren.

Teilaufgabe 1: Prinzipielle Funktionsweise eines Gleichstrom-Elektromotors

a) Da der Elektronenstrom vom Minuspol durch die Leiterschleife zum Pluspol fließt, ist der physikalische Strom im linken Teil der Leiterschleife in die Bildebene hinein (nach hinten) gerichtet. Gemäß der Drei-Finger-Regel der linken Hand ist die Kraft, die auf den im Magnetfeld verlaufenden linken Teil der Leiterschleife wirkt, also nach unten gerichtet. Im rechten Teil der Leiterschleife ist der Strom nach vorne, aus der Bildebene heraus gerichtet. Gemäß der Drei-Finger-Regel der linken Hand ist die Kraft, die auf diesen rechten Leiterabschnitt wirkt, also nach oben gerichtet. Beide Kräfte sind entgegengesetzt gerichtet und sie bewirken zusammen eine Drehung der Leiterschleife gegen den Uhrzeigersinn.

Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:

Die Anwendung der Drei-Finger-Regel der rechten Hand ist gleichwertig. Auch eine Argumentation mit dem Magnetfeld einer stromdurchflossenen Leiterschleife und dessen Anziehung/Abstoßung im „äußeren“ Magnetfeld ist gleichwertig.

Sobald sich die Leiterschleife, bezogen auf die in Abbildung 1 dargestellte Ausgangssituation, um 90° (gegen den Uhrzeigersinn) gedreht hat, bewirken die angreifenden Kräfte keine weitere Drehung mehr, da sie dann nicht nur in entgegengesetzte Richtungen wirken, sondern auch auf ein und derselben Geraden verlaufen. Aufgrund ihrer Trägheit wird die rotierende Leiterschleife die oben beschriebene „ 90° -Position“ jedoch überschreiten.

Damit die Drehung der Leiterschleife dann weiterhin mit gleichem Drehsinn erfolgen kann, müssen die Richtungen der in den Leiterabschnitten fließenden Ströme beim Überschreiten der „ 90° -Position“ umgekehrt werden, dies bewirkt der Kommutator.

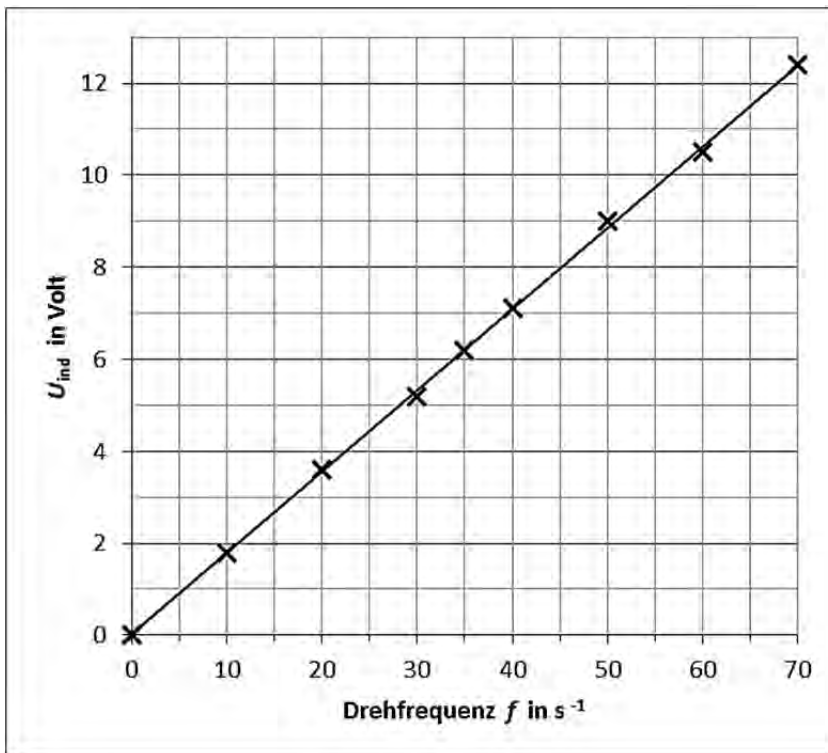
Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:

Das hier „umschriebene“ Konzept des Drehmoments wird nicht erwartet. Zudem sollte akzeptiert werden, wenn die Darstellung z. B. im Hinblick auf die Position der Leiterschleife beim „Umschalten der Stromrichtung“ durch den Kommutator weniger präzise ist.

b) Da sich in jedem der beiden Luftspalte zu jedem Zeitpunkt immer mehrere, z. B. n -viele, Leiterabschnitte befinden (in der Skizze in Abbildung 2 ist z. B. $n = 5$), ist die Kraft n -mal so groß wie bei nur einer Leiterschleife. Außerdem stehen die Feldlinien im Bereich der Luftspalte stets senkrecht zum Geschwindigkeitsvektor eines Leiterabschnitts. Damit greift die magnetische Kraft immer tangential an der rotierenden Spule an, wodurch die Drehbewegung optimiert wird (das Drehmoment ist zeitlich konstant und gegenüber dem Fall mit nur einer Leiterschleife deutlich größer).

Teilaufgabe 2: Der Elektromotor als Gleichspannungs-Generator

a) Die Auftragung von U_{ind} gegen f ergibt:



Die Messwerte liegen (in sehr guter Näherung) alle auf einer Geraden, somit gilt:

$$U_{\text{ind}} \sim f.$$

Für den Proportionalitätsfaktor ergibt sich aus der grafischen Darstellung:

$$\frac{\Delta U_{\text{ind}}}{\Delta f} \approx \frac{12,4 \text{ V}}{70 \text{ s}^{-1}} \approx 0,177 \text{ V} \cdot \text{s}.$$

Somit liefert dieser als Generator betriebene Gleichstrom-Motor, bei einer Drehfrequenz von $f = 1 \text{ s}^{-1}$ eine Induktionsspannung von $U_{\text{ind}} \approx 0,177 \text{ V}$.

b) Aufgrund der in Abbildung 2 gezeigten Bauart des Generators/Motors (bzw. gemäß den Angaben zu Teilaufgabe 1b)) bewegen sich alle (parallel zur Drehachse verlaufenden) Leiterstücke der Spule, welche sich gerade im Bereich einer der beiden „Luftspalte“ befinden, durch ein (räumlich scharf begrenztes) Magnetfeld mit betragsmäßig nahezu konstanter Stärke B . Zudem steht der Geschwindigkeitsvektor \vec{v} der Leiterstücke aufgrund der Form des Feldes stets senkrecht zu \vec{B} , es gilt also stets $\vec{v} \perp \vec{B}$. Somit kann die für bewegte Leiter im Magnetfeld gültige Beziehung $U_{\text{ind}} = \ell \cdot v \cdot B$ verwendet werden, um die Spannung zu ermitteln, die in einem (einzelnen) durch das B -Feld bewegten Leiterstück induziert wird. Da sich immer die gleiche Anzahl n von (in Reihe geschalteten) Leitern im Magnetfeld befindet (hier $n = 5$ im oberen Luftspalt und $n = 5$ im unteren Luftspalt) und der Betrag von \vec{v} bei konstanter Drehfrequenz ebenfalls konstant ist, ergibt sich (gemäß $U_{\text{ind}} = 2 \cdot n \cdot \ell \cdot v \cdot B$) eine konstante Induktionsspannung.

Hinweise für die korrigierende Lehrkraft:

1. Eine Lösung ohne explizite Nutzung des Vektorbegriffes und/oder ohne Angabe von Formeln kann durchaus gleichwertig sein.
2. Zu akzeptieren sind auch Skizzen oder Verweise auf (z. B.) Markierungen in Abbildung 2, um Teile des beschreibenden Textes zu „substituieren“.

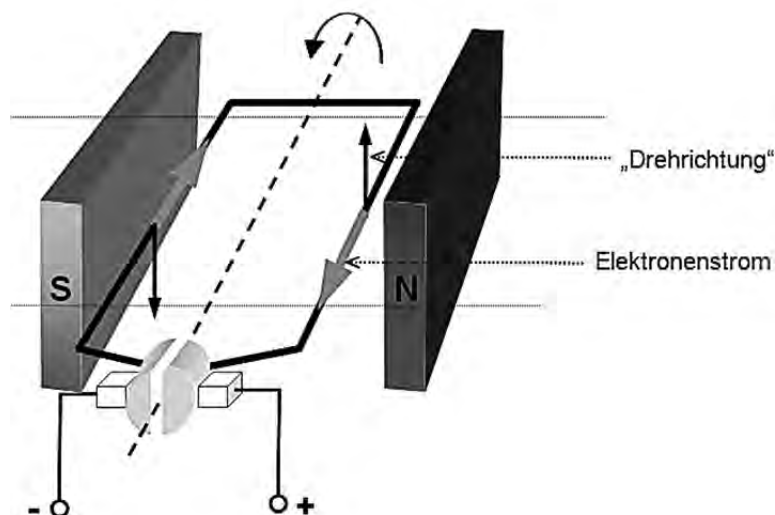
Teilaufgabe 3: Der belastete Gleichstrom-Elektromotor

a) Alternative 1:

Wird die Leiterschleife (bzw. die Spule) im Magnetfeld gedreht, so wird in dieser eine Spannung induziert. Diese Induktionsspannung ist nach der Lenz'schen Regel so gerichtet, dass sie ihrer Ursache entgegenwirkt. Ursache ist aber die Drehung der Leiterschleife (im Magnetfeld). Damit muss die Induktionsspannung also so gepolt sein, dass sie dem ursprünglichen und für die Drehung ursächlichen Strom entgegenwirkt. Die Induktionsspannung ist also der am Motor anliegenden Betriebsspannung stets entgegengerichtet. Je schneller der Motor läuft, desto größer ist die der ursprünglichen Betriebsspannung (dem ursprünglichen Strom) entgegengerichtete Induktionsspannung. Wird die Drehfrequenz dagegen durch Belastung reduziert, so wird auch die den Strom hemmende Induktionsspannung kleiner und die am Motor anliegende Betriebsspannung, abzüglich der noch vorhandenen Induktionsspannung, kann einen größeren Strom durch den Motor/ den Widerstand der drehenden Spule treiben.

Alternative 2:

Bewegt sich eine Leiterschleife bzw. ein gerader Leiterabschnitt durch das Magnetfeld, so werden mit dem Leiter auch alle im Leiter befindlichen Leitungselektronen durch das Magnetfeld bewegt. Auf jedes dieser im Magnetfeld bewegten Elektronen wirkt eine Lorentzkraft. In der Abbildung 1 bewegt sich z. B. der rechte Leiterabschnitt gerade nach oben. Somit bewegen sich auch die im rechten Leiterabschnitt befindlichen Leitungselektronen nach oben. Auf jedes dieser Leitungselektronen wirkt eine Lorentzkraft, die gemäß der Drei-Finger-Regel der linken Hand so gerichtet ist, dass sie der ursprünglichen Bewegungsrichtung der Elektronen im Leiterabschnitt gerade entgegengerichtet ist (siehe Skizze). Je schneller sich der Leiterabschnitt bewegt, desto größer sind diese dem ursprünglichen Strom entgegengerichteten Lorentzkräfte. Dreht sich die Leiterschleife nur langsam, sind diese dem Strom entgegengerichteten Lorentzkräfte kleiner und die Stromstärke wird somit ansteigen.



b) Ist der Motor blockiert, so fließt bei einer angelegten Spannung von $U = 12 \text{ V}$ ein Strom der Stärke $I_{\text{max}} = 1,132 \text{ A}$ durch die Spule. Somit gilt:

$$R = \frac{12 \text{ V}}{1,132 \text{ A}} = 10,60 \Omega.$$

Um durch einen Widerstand von $R = 10,60 \Omega$ einen Strom der Stärke $I_0 = 0,017 \text{ A}$ fließen zu lassen, ist lediglich eine Spannung von

$$U_0 = R \cdot I_0 = 10,60 \Omega \cdot 0,017 \text{ A} = 0,180 \text{ V} \text{ erforderlich.}$$

- c) Wenn der Motor mit einer Drehfrequenz von $f = 33 \text{ s}^{-1}$ läuft, wird in der drehbaren Spule eine Spannung von $U_{\text{ind}} = 0,177 \text{ V} \cdot \text{s} \cdot 33 \text{ s}^{-1} = 5,84 \text{ V}$ induziert. Da diese Spannung der Betriebsspannung von $U = 12 \text{ V}$ entgegengerichtet ist, liegt am Widerstand $R = 10,60 \Omega$ nur noch eine Spannung von $U_{\text{Rest}} = 12 \text{ V} - 5,84 \text{ V} = 6,16 \text{ V}$ an. Damit fließt ein Strom von $I_{\text{Teillast}} = \frac{U_{\text{Rest}}}{R} = \frac{6,16 \text{ V}}{10,60 \Omega} \approx 0,581 \text{ A}$.

Teilaufgabe 4: Große Stromstärken beim Anfahren von Elektromotoren

- a) Da der in Abbildung 3a) gezeigte zeitliche Verlauf der Stärke des (Einschalt-)Stroms

durch $I(t) = I_{\text{End}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{R}{L} \cdot t}\right)$ beschrieben werden kann und da aus dem Diagramm I_{End}

und t - $I(t)$ -Wertepaare abgelesen werden können, kann die Induktivität L der Spule durch Umstellen und Einsetzen leicht ermittelt werden.

Es folgt: $1 - \frac{I(t)}{I_{\text{End}}} = e^{-\frac{R}{L} \cdot t}$ und damit $\ln\left(1 - \frac{I(t)}{I_{\text{End}}}\right) = -\frac{R}{L} \cdot t$,

also gilt: $L = -\frac{R}{\ln\left(1 - \frac{I(t)}{I_{\text{End}}}\right)} \cdot t$.

Mit $R = 10,60 \Omega$ und den abgelesenen Werten $I_{\text{End}} \approx 1,13 \text{ A}$

sowie $t = 0,0002 \text{ s}$ und $I(0,0002 \text{ s}) \approx 0,84 \text{ A}$ folgt für die Induktivität L der Spule

$$L \approx -\frac{10,60 \Omega}{\ln\left(1 - \frac{0,84 \text{ A}}{1,13 \text{ A}}\right)} \cdot 0,0002 \text{ s} = 0,001559 \text{ H} \approx 0,0016 \text{ H}.$$

Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:

Wegen der begrenzten Ablesegenauigkeit (für I_{End} und das t - $I(t)$ -Wertepaar) sollten für L Werte im Bereich $0,0013 \text{ H}$ bis $0,0019 \text{ H}$ akzeptiert werden.

b) Nach dem 2. Kirchhoff'schen Gesetz ist in jedem geschlossenen Stromkreis die Summe der Spannungen an den passiven Bauelementen (hier am Ohm'schen Widerstand R) gleich der Summe aller Generatorspannungen:

$$\text{Somit gilt: } U_R = U_{\text{ges}} + U_{\text{ind_selbst}}.$$

Eine zusätzliche Induktionsspannung aufgrund der Drehung der Leiterschleife im Magnetfeld tritt hier nicht auf, da der Motor ja blockiert ist.

$$\text{Mit } U_R = R \cdot I \quad \text{und} \quad U_{\text{ind_selbst}} = -L \cdot \dot{I}$$

$$\text{folgt } R \cdot I = U_{\text{ges}} - L \cdot \dot{I}. \text{ Umstellen ergibt } \dot{I} = \frac{U_{\text{ges}}}{L} - \frac{R}{L} \cdot I.$$

Dies ist eine Differentialgleichung, die den Einschaltvorgang beschreibt.

Um zu zeigen, dass die gegebene Funktion $I(t) = I_{\text{End}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{R}{L} \cdot t}\right)$ eine Lösung der

Differentialgleichung ist, können nach Bildung von $\dot{I}(t)$ die Funktion $I(t)$ und ihre Ableitung $\dot{I}(t)$ in die Differentialgleichung eingesetzt werden.

$$\text{Es gilt: } \dot{I}(t) = I_{\text{End}} \cdot \left(-e^{-\frac{R}{L} \cdot t}\right) \cdot \left(-\frac{R}{L}\right) \quad \text{also} \quad \dot{I}(t) = I_{\text{End}} \cdot \frac{R}{L} \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t}$$

$$\text{Einsetzen ergibt: } I_{\text{End}} \cdot \frac{R}{L} \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t} = \frac{U_{\text{ges}}}{L} - \frac{R}{L} \cdot I_{\text{End}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{R}{L} \cdot t}\right)$$

$$I_{\text{End}} \cdot \frac{R}{L} \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t} = \frac{U_{\text{ges}}}{L} - \frac{R}{L} \cdot I_{\text{End}} \cdot 1 + \frac{R}{L} \cdot I_{\text{End}} \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t}$$

$$\text{Damit gilt} \quad 0 = \frac{U_{\text{ges}}}{L} - \frac{R}{L} \cdot I_{\text{End}} \quad \text{also} \quad \frac{U_{\text{ges}}}{L} = \frac{R}{L} \cdot I_{\text{End}}$$

$$\text{und mit} \quad R \cdot I_{\text{End}} = U_{\text{ges}} \quad \text{folgt (z. B.)} \quad \frac{U_{\text{ges}}}{L} = \frac{U_{\text{ges}}}{L}.$$

c) Wird eine (weitere) Spule/Induktivität **in Reihe** zum Motor, d. h. zur drehbaren Spule des Motors geschaltet, so wird die zusätzliche Spule/Induktivität vom Einschaltstrom durchflossen. Wegen der in dieser Spule auftretenden Selbstinduktionsspannung wird der Einschaltstrom nicht sprunghaft, sondern – abhängig von der jeweiligen Induktivität (und dem Widerstand) der Spule – nur zeitlich verzögert anwachsen.

Wird statt einer (geeigneten) Spule ein rein Ohm'scher Widerstand verwendet, wird die Stärke des durch den Motor fließenden Stroms nicht nur in der „Einschaltphase“ (also in einem kurzen Zeitintervall nach dem Anlegen der Betriebsspannung), sondern zeitlich unbegrenzt reduziert. Damit wird der Motor aber nicht nur kurz nach dem Einschalten, sondern zeitlich unbegrenzt mit einer geringeren Drehzahl bzw. Leistung laufen. Soll der Motor jedoch die gleiche Leistung erbringen, wie ohne Verwendung eines (Vorschalt-) Widerstandes, müsste die Betriebsspannung erhöht werden. Eine höhere Betriebsspannung hat aber wieder zur Folge, dass sich die Stärke des durch den Motor fließenden Stroms vergrößert, was ja gerade nicht erwünscht ist.

(In dem Ohm'schen Widerstand wird zudem permanent elektrische Energie in Wärme umgesetzt, was wenig wirtschaftlich sein dürfte.)

Hinweise für die korrigierende Lehrkraft:

1. Andere schlüssige Argumentationen können durchaus gleichwertig sein. Es gibt wegen der Komplexität der Zusammenhänge (siehe auch Anmerkung 2) keine eindeutig richtige Schülerlösung. Entscheidend ist eine schlüssige Argumentation.
2. Aus Gründen der didaktischen Reduktion werden die nur durch Differentialgleichungen darstellbaren Zusammenhänge zwischen den Spannungsabfällen an den (beiden) Ohm'schen Widerständen (der Vorschalt- und der Motorspule), den in (beiden) Spulen auftretenden Selbstinduktionsspannungen sowie der durch Drehung der Motorspule auftretenden Induktionsspannung nicht thematisiert, zumal die durch Drehung der Motorspule auftretende Induktionsspannung auch noch durch das „Hochdrehen“ des Motors und dieses wiederum vom fließenden Strom sowie auch von den mechanischen „Rahmenbedingungen“ stark beeinflusst wird.
3. Die Betrachtung zur „Energieeffizienz“ ist nicht erforderlich.

7. Teilleistungen – Kriterien / Bewertungsbogen zur Prüfungsarbeit

Name des Prüflings: _____ Kursbezeichnung: _____

Schule: _____

Teilaufgabe 1

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK ²	ZK	DK
	Der Prüfling				
a1)	ermittelt die Drehrichtung der Leiterschleife in der in Abbildung 1 dargestellten Situation und begründet sein Ergebnis.	5			
a2)	erläutert die Funktion bzw. die Notwendigkeit eines Kommutators.	4			
b)	erläutert, welche Vorteile ein so aufgebauter Motor gegenüber dem in Abbildung 1 gezeigten einfachen Motor im Hinblick auf die Kraft (das Drehmoment) des Motors hat.	4			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (13)					
	Summe Teilaufgabe 1	13			

Teilaufgabe 2

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
	Der Prüfling				
a1)	bestätigt durch grafische Auswertung der Messwerte, dass $U_{\text{ind}} \sim f$ gilt.	6			
a2)	zeigt, dass dieser als Generator betriebene Gleichstrom-Motor bei einer Drehfrequenz von $f = 1 \text{ s}^{-1}$ eine (Induktions-)Spannung von ca. 0,177 V liefert.	3			
b)	begründet, unter Bezugnahme auf die Skizze in Abbildung 2 sowie die Angaben in Teilaufgabe 1b), warum die in der Spule induzierte Spannung nahezu konstant ist.	4			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (13)					
	Summe Teilaufgabe 2	13			

² EK = Erstkorrektur; ZK = Zweitkorrektur; DK = Drittkorrektur

Teilaufgabe 3

Anforderungen		Lösungsqualität			
Der Prüfling		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
a)	erklärt mit Hilfe des physikalischen Prozesses der Induktion, warum es, bei konstanter Versorgungsspannung am Motor, zu einem Anstieg der Stromstärke kommt, wenn die Drehfrequenz f der im Motor befindlichen Spule (durch Belastung des Motors) geringer wird.	6			
b1)	berechnet den Ohm'schen Widerstand R der Spule des Motors.	3			
b2)	ermittelt, welche Spannung U_0 erforderlich ist, um einen Strom der Stärke $I_0 = 0,017 \text{ A}$ durch den Widerstand R fließen zu lassen.	2			
c)	berechnet die Stärke I_{Teillast} des Stroms, der durch den Motor fließt, wenn dieser wieder mit $U = 12 \text{ V}$ und einer (belastungsbedingten) Drehfrequenz von $f = 33 \text{ s}^{-1}$ betrieben wird.	5			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (16)					
Summe Teilaufgabe 3		16			

Teilaufgabe 4

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
	Der Prüfling				
a)	ermittelt die Induktivität L der Spule, wenn der Ohm'sche Widerstand der Spule $R = 10,60 \Omega$ beträgt.	6			
b1)	leitet die Differentialgleichung aus einem geeigneten Ansatz her.	3			
b2)	begründet den Ansatz physikalisch.	3			
b3)	zeigt, dass die in Teilaufgabe 4a) gegebene Funktion $I(t)$ eine Lösung der Differentialgleichung ist.	5			
c1)	erläutert, wie mit Hilfe einer zusätzlichen Spule dem großen Anlaufstrom entgegengewirkt werden kann.	3			
c2)	begründet qualitativ, warum ein (rein) Ohm'scher Widerstand nicht geeignet ist, den Einschaltstrom (beim Anfahren) eines Elektromotors zu reduzieren.	3			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (23)					
	Summe Teilaufgabe 4	23			

	Summe insgesamt	65			
--	------------------------	-----------	--	--	--

Festlegung der Gesamtnote (Bitte nur bei der letzten bearbeiteten Aufgabe ausfüllen.)

	Lösungsqualität			
	maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
Übertrag der Punktzahl aus der ersten bearbeiteten Aufgabe	65			
Übertrag der Punktzahl aus der zweiten bearbeiteten Aufgabe	65			
Punktzahl der gesamten Prüfungsleistung	130			
aus der Punktzahl resultierende Note				
Note ggf. unter Absenkung um ein bis zwei Notenpunkte gemäß § 13 Abs. 2 APO-GOST				
Paraphe				

ggf. arithmetisches Mittel der Punktsommen aus EK und ZK: _____

ggf. arithmetisches Mittel der Notenurteile aus EK und ZK: _____

Die Klausur wird abschließend mit der Note: _____ (____ Punkte) bewertet.

Unterschrift, Datum:

Grundsätze für die Bewertung (Notenfindung)

Für die Zuordnung der Notenstufen zu den Punktzahlen ist folgende Tabelle zu verwenden:

Note	Punkte	Erreichte Punktzahl
sehr gut plus	15	130 – 124
sehr gut	14	123 – 117
sehr gut minus	13	116 – 111
gut plus	12	110 – 104
gut	11	103 – 98
gut minus	10	97 – 91
befriedigend plus	9	90 – 85
befriedigend	8	84 – 78
befriedigend minus	7	77 – 72
ausreichend plus	6	71 – 65
ausreichend	5	64 – 59
ausreichend minus	4	58 – 51
mangelhaft plus	3	50 – 43
mangelhaft	2	42 – 34
mangelhaft minus	1	33 – 26
ungenügend	0	25 – 0



Name: _____

Abiturprüfung 2014

Physik, Leistungskurs

Aufgabenstellung:

Aufgabe: Radioaktivität von Polonium-210

${}^{210}_{84}\text{Po}$ ist ein α -Strahler mit einer Halbwertszeit von $T_{1/2} = 138,38 \text{ d}$. Es ist das am häufigsten von vielen in der Natur vorkommenden Isotopen des chemischen Elements Polonium.

Teilaufgabe 1: Das Isotop ${}^{210}_{84}\text{Po}$

a) Geben Sie die Kernumwandlungsgleichung des radioaktiven ${}^{210}_{84}\text{Po}$ an.

b) ${}^{210}_{84}\text{Po}$ kann beim radioaktiven Zerfall anderer Isotope entstehen.

Bestimmen Sie mit Hilfe des gegebenen Auszugs aus einer Nuklidkarte (siehe Abbildung 1) die drei (!) möglichen Nuklide und deren Zerfallsart, aus denen ${}^{210}_{84}\text{Po}$ durch radioaktiven α - oder β -Zerfall entstehen kann, und geben Sie die zugehörigen Kernumwandlungsgleichungen an.

86	Rn 210 2,4 h	Rn 211 14,6 h	Rn 212 24 m	Rn 213 25 ms	Rn 214 0,27
85	At 209 5,4 h	At 210 8,3 h	At 211 7,22 h	At 212 314 ms	At 213 0,11
84	Po 208 2,898 a	Po 209 102 a	Po 210 138,38 d	Po 211 0,516 s	Po 212 0,3 μs
83	Bi 207 31,55 a	Bi 208 3,68 $\cdot 10^6$ a	Bi 209 100	Bi 210 5,013 d	Bi 211 2,17 m
82	Pb 206 24,1	Pb 207 22,1	Pb 208 52,4	Pb 209 3,253 h	Pb 210 22,3 a

Abbildung 1: Auszug aus einer Nuklidkarte (stabile Isotope sind schwarz unterlegt)



Name: _____

- c) ${}^{210}_{84}\text{Po}$ kann heute – auf künstlichem Wege in Kernreaktoren – durch Neutronenbeschuss des stabilen Isotops des chemischen Elements Wismut (Bi) hergestellt werden. Dabei entsteht zunächst ein radioaktives Wismut-Isotop, das dann durch β^- -Zerfall in ${}^{210}_{84}\text{Po}$ übergeht.

Geben Sie die Gleichung für diejenige Kernumwandlung an, bei der aus dem stabilen Bi-Isotop das radioaktive Bi-Isotop entsteht, das durch den β^- -Zerfall in ${}^{210}_{84}\text{Po}$ übergeht.

(13 Punkte)

Teilaufgabe 2: Kinetische Energie und Geschwindigkeit der α -Teilchen des ${}^{210}_{84}\text{Po}$

Gegeben sind:

$$u = 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}; m_{{}^{210}\text{Po}} = 209,982857 \text{ u}; m_{{}^{206}\text{Pb}} = 205,974449 \text{ u}; m_{\alpha} = 4,002603 \text{ u}.$$

- a) Berechnen Sie die gesamte beim α -Zerfall eines ${}^{210}_{84}\text{Po}$ -Atoms frei werdende Energie in der Einheit J sowie in der Einheit MeV.

[Zur Kontrolle: $W_{\text{ges}} = 5,41 \text{ MeV}$]

- b) In der Literatur wird für die kinetische Energie W_{α} der von ${}^{210}_{84}\text{Po}$ emittierten α -Teilchen der Wert $W_{\alpha} = 5,31 \text{ MeV}$ angegeben.

Begründen Sie qualitativ, warum der Energiewert der α -Teilchen $W_{\alpha} = 5,31 \text{ MeV}$

(etwas) kleiner ist als der in Teilaufgabe 2a) berechnete Gesamtenergiewert

$$W_{\text{ges}} = 5,41 \text{ MeV}.$$

Hinweis: Gehen Sie davon aus, dass der Po-Kern vor dem Aussenden des α -Teilchens in Ruhe ist.



Name: _____

- c) Berechnen Sie – klassisch mit Hilfe der Formel $W_\alpha = \frac{1}{2} \cdot m_\alpha \cdot v_\alpha^2$ – die Geschwindigkeit v_α eines von ${}^{210}_{84}\text{Po}$ emittierten α -Teilchens mit Hilfe des in Teilaufgabe 2b) angegebenen Wertes für die kinetische Energie.

Für schnell bewegte Objekte muss die Geschwindigkeit aus der kinetischen Energie gemäß der Einstein'schen Relativitätstheorie berechnet werden. „Schnell“ bedeutet dabei, dass die (klassisch berechnete) Geschwindigkeit mehr als 10 % der Lichtgeschwindigkeit beträgt.

Prüfen Sie, ob nach der so gesetzten Geschwindigkeitsgrenze die Annahme, dass klassisch gerechnet werden kann, in diesem Fall zutrifft oder nicht.

Hinweis: Die relativistische Rechnung braucht nicht ausgeführt zu werden.

(15 Punkte)

Teilaufgabe 3: Polonium im menschlichen Körper

- a) ${}^{210}_{84}\text{Po}$ ist eine stark radioaktiv-toxisch wirkende Substanz mit einer für den Menschen letalen, also zum Tode führenden Menge von $m_{\text{Po letal}} = 10^{-7} \text{ g}$.

- i) Berechnen Sie die Anzahl N_{letal} der ${}^{210}_{84}\text{Po}$ -Atome in $m_{\text{Po letal}} = 10^{-7} \text{ g}$.

[Zur Kontrolle: $N_{\text{letal}} = 2,87 \cdot 10^{14}$]

- ii) Leiten Sie aus dem Zerfallsgesetz die allgemeine Beziehung $A(t) = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} \cdot N(t)$

zwischen der Aktivität $A(t)$ und der Teilchenzahl $N(t)$ her.

Berechnen Sie die Aktivität A_{letal} der tödlichen Menge ${}^{210}_{84}\text{Po}$.

[Zur Kontrolle: $A_{\text{letal}} \approx 1,66 \cdot 10^7 \text{ Bq}$]

- iii) In jedem Menschen kann ${}^{210}_{84}\text{Po}$ mit einer durchschnittlichen Aktivität $A_{{}^{210}_{84}\text{Po}} \approx 60 \text{ Bq}$ nachgewiesen werden.

Bestimmen Sie die durchschnittliche Anzahl der ${}^{210}_{84}\text{Po}$ -Atome im Menschen.



Name: _____

b) Der russische Geheimdienstmitarbeiter Litwinenko wurde 2006 nachweislich mit $^{210}_{84}\text{Po}$ vergiftet, das ihm knapp einen Monat vor seinem Tod in einer Tasse Tee zugeführt und in damaligen Urinproben nachgewiesen wurde. Auch der 2004 verstorbene ehemalige Palästinenser-Chef Arafat soll mit Polonium vergiftet worden sein. Um dies zu prüfen, hat man Ende 2012 Proben aus den Knochen seines Leichnams zu Untersuchungszwecken entnommen.

Berechnen Sie die Polonium-Aktivität, die eine Untersuchungskommission 8 Jahre nach der Vergiftung einer Person der Masse $m_{\text{Person}} = 75 \text{ kg}$ in einer Knochenprobe von $m_{\text{Probe}} = 10 \text{ g}$ erwarten kann, wenn der Person zu Lebzeiten die in Teilaufgabe 3a) genannte tödliche Menge Polonium zugeführt wurde.

Begründen Sie aufgrund Ihres Ergebnisses, ob ein solches Vorgehen der Polonium-Aktivitätsmessung in diesem Fall sinnvoll ist.

Hinweis: Sie dürfen dabei (stark vereinfachend) von einer gleichmäßigen Verteilung des Poloniums im Körper ausgehen und auch annehmen, dass bis zum Tod kein Polonium wieder ausgeschieden wurde.

(17 Punkte)



Name: _____

Teilaufgabe 4: Die zweistufige Wismut-Polonium-Zerfallskette

Im Folgenden sei angenommen, dass für die Herstellung von $^{210}_{84}\text{Po}$ auf künstlichem Wege (siehe Teilaufgabe 1c)) anfangs 100 % der Atome ausschließlich des radioaktiven Bi-Mutternuklids vorliegen ($T_{1/2}(\text{Bi}) = 5,013 \text{ d}$). Abbildung 2 zeigt den zeitlichen Verlauf des prozentualen Anteils der daraus entstandenen Atome des Tochternuklids $^{210}_{84}\text{Po}$.

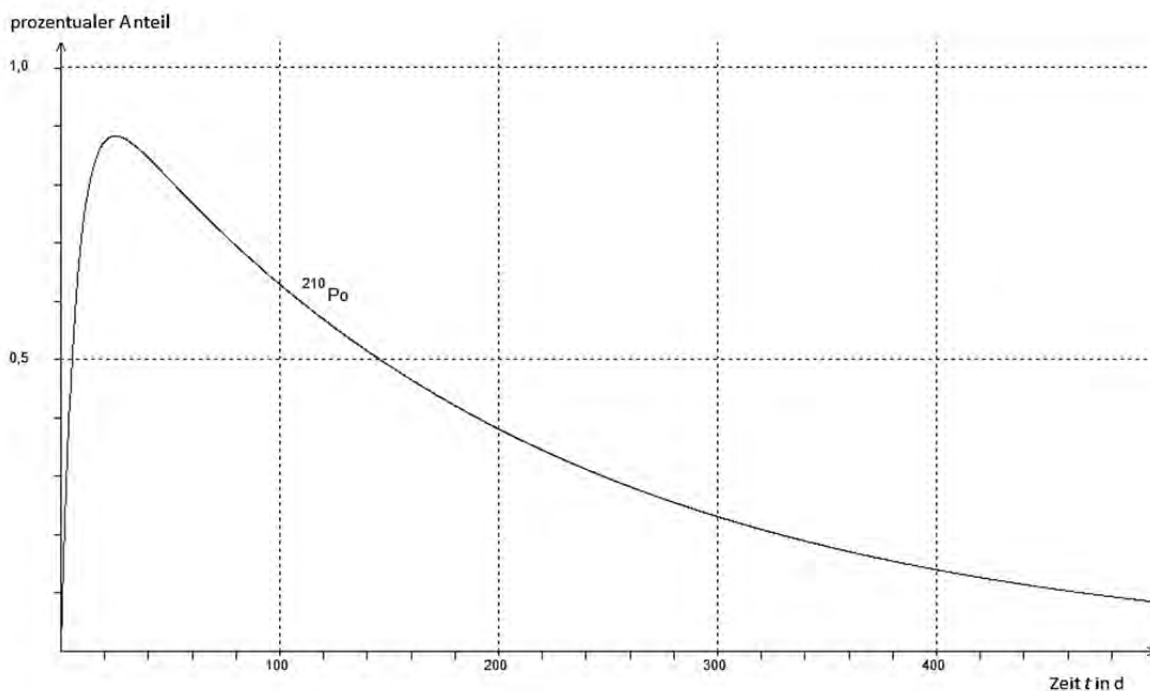


Abbildung 2: Zeitlicher Verlauf der Stoffmenge $^{210}_{84}\text{Po}$ (1,0 entspricht 100 %)

- Beschreiben und erläutern Sie das Diagramm unter Berücksichtigung der Halbwertszeiten $T_{1/2}(\text{Bi})$ und $T_{1/2}(\text{Po})$ von Mutter- bzw. Tochternuklid.
- Skizzieren Sie in Abbildung 2 den zeitlichen Verlauf des prozentualen Anteils an Atomen des Bi-Mutternuklids.
- Skizzieren Sie in Abbildung 2 den zeitlichen Verlauf des prozentualen Anteils an Atomen des stabilen Endprodukts, in welches das Polonium zerfällt.

[Kennzeichnen Sie die beiden von Ihnen in den Teilaufgaben 4b) und 4c) skizzierten Kurven eindeutig.]



Name: _____

d) Die jeweils vorhandene Anzahl an Atomen des Po-Tochternuklids wird einerseits durch den Zerfall des Bi-Mutternuklids und andererseits durch den eigenen Zerfall des Po-Nuklids in das stabile Endprodukt bestimmt.

Stellen Sie eine Differentialgleichung für die zeitliche Änderungsrate $\dot{N}_{Po}(t)$ der Anzahl der Atome des Po-Nuklids auf, wenn $N_{Bi}(t)$ die zum Zeitpunkt t vorhandene Anzahl von Atomen des Bi-Mutternuklids und $N_{Po}(t)$ die zum Zeitpunkt t vorhandene Anzahl von Atomen des Po-Tochternuklids darstellt.

Begründen Sie die von Ihnen aufgestellte Differentialgleichung.

Benennen Sie vorkommende, oben noch nicht benannte Größen.

(20 Punkte)

Zugelassene Hilfsmittel:

- Physikalische Formelsammlung
- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit, auch mit CAS-Funktionalität)
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Unterlagen für die Lehrkraft

Abiturprüfung 2014

Physik, Leistungskurs

1. Aufgabenart

Bearbeitung einer Aufgabe, die fachspezifisches Material enthält

2. Aufgabenstellung¹

Aufgabe: Radioaktivität von Polonium-210

(65 Punkte)

Hinweis: Kombinierbar entweder mit HT 1, HT 2 oder HT 4

3. Materialgrundlage

- entfällt

4. Bezüge zu den Vorgaben 2014

1. Inhaltliche Schwerpunkte

- Atom- und Kernphysik
 - Radioaktiver Zerfall
 - Bindungsenergie, Massendefekt
- Relativitätstheorie
 - Äquivalenz von Masse und Energie

2. Medien/Materialien

- entfällt

5. Zugelassene Hilfsmittel

- Physikalische Formelsammlung
- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit, auch mit CAS-Funktionalität)
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

¹ Die Aufgabenstellung deckt inhaltlich alle drei Anforderungsbereiche ab.

6. Modellösungen

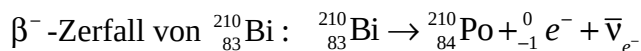
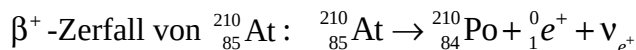
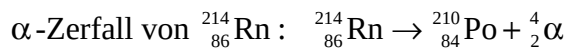
Die jeweilige Modelllösung stellt eine mögliche Lösung bzw. Lösungsskizze dar. Der gewählte Lösungsansatz und -weg der Schülerinnen und Schüler muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet (Bewertungsbogen: Zeile „Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung“).

Sollte die Auswertung der Messdaten mit Hilfe eines grafikfähigen TR oder CAS erfolgen, so muss der Prüfling die entstandenen Graphen für die korrigierende Lehrkraft skizzenhaft in seiner Reinschrift dokumentieren.

Teilaufgabe 1: Das Isotop ^{210}Po

a) Die Kernumwandlungsgleichung des radioaktiven $^{210}_{84}\text{Po}$ lautet: $^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{206}_{82}\text{Pb} + \frac{4}{2}\alpha$.

b) Die drei möglichen Nuklide sind:



Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:

Die Neutrinos brauchen vom Prüfling nicht genannt zu werden. Im Unterricht verwendete abweichende Notationen sind selbstverständlich zugelassen.

c) $^{209}_{83}\text{Bi} + \frac{1}{0}n \rightarrow ^{210}_{83}\text{Bi}$.

Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:

Wenn bei einer ansonsten falschen Umwandlungsgleichung eindeutig erkennbar ist, dass der Prüfling $^{210}_{83}\text{Bi}$ als Muttersubstanz zum $^{210}_{84}\text{Po}$ erkannt hat (Interpretation des β^- -Zerfalls), kann dies mit 1 Punkt bewertet werden.

Teilaufgabe 2: Kinetische Energie und Geschwindigkeit der α -Teilchen des ${}^{210}_{84}\text{Po}$

- a) Für die gesamte frei werdende Energie W_{ges} gilt $W_{\text{ges}} = \Delta m \cdot c^2$, wobei Δm die Differenz zwischen den vor und nach der Umwandlung vorliegenden Massen bedeutet, also

$$\Delta m = (m_{210\text{Po}} - m_{206\text{Pb}} - m_{\alpha}).$$

Damit ergibt sich mit den Zahlenwerten:

$$W_{\text{ges}} = \Delta m \cdot c^2 = (m_{210\text{Po}} - m_{206\text{Pb}} - m_{\alpha}) \cdot c^2 =$$

$$(209,982857 - 205,974449 - 4,002603) \cdot 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot (2,9979 \cdot 10^8)^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} =$$

$$0,005805 \cdot 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot (2,9979 \cdot 10^8)^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} =$$

$$8,66335 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 5,40783 \text{ MeV}, \text{ also } W_{\text{ges}} \approx 8,66 \cdot 10^{-13} \text{ J bzw. } W_{\text{ges}} \approx 5,41 \text{ MeV}.$$

- b) Es kann angenommen werden, dass der Po-Kern vor seinem Zerfall in Ruhe sei. Durch den Zerfall erhält er einen Rückstoß, sodass er dadurch dann eine nicht vollständig vernachlässigbare kinetische Energie besitzt, die dem Alpha-Teilchen folglich fehlt.

- c) Nichtrelativistisch ergibt sich die Geschwindigkeit des α -Teilchens aus $W_{\alpha} = \frac{1}{2} \cdot m_{\alpha} \cdot v_{\alpha}^2$.

Mit den gegebenen Werten ergibt sich für $v_{\alpha} = \sqrt{\frac{2 \cdot W_{\alpha}}{m_{\alpha}}}$:

$$v_{\alpha} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5,31 \text{ MeV}}{4,002603 \cdot \text{u}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5,31 \cdot 10^6 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{4,002603 \cdot 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} = 15,999 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$\text{also } v_{\alpha} \approx 16,0 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,053 \cdot c.$$

Die relativistisch gerechnete Geschwindigkeit ist immer kleiner als die nichtrelativistisch gerechnete. Die wahre – relativistisch gerechnete – Geschwindigkeit beträgt daher höchstens ca. 5 % der Lichtgeschwindigkeit, sodass die wahre Geschwindigkeit tatsächlich ungefähr dem errechneten Wert entspricht.

Teilaufgabe 3: Polonium im menschlichen Körper

a) i) Berechnung der Anzahl der Atome N_{letal} in $m_{\text{Po letal}} = 10^{-7}$ g:

Mit den Angaben in Teilaufgabe 2a) ergibt sich für die Masse eines ${}^{210}_{84}\text{Po}$ -Atoms

$$m_{210\text{Po}} = 209,982857 \text{ u} = 209,982857 \cdot 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \approx 3,49 \cdot 10^{-25} \text{ kg}.$$

$$\text{Es ist } m_{\text{Po letal}} = N_{\text{letal}} \cdot m_{210\text{Po}}, \text{ also } N_{\text{letal}} = \frac{m_{\text{Po letal}}}{m_{210\text{Po}}}.$$

Damit befinden sich in $m_{\text{Po letal}} = 10^{-7}$ g insgesamt

$$N_{\text{letal}} = \frac{m_{\text{Po letal}}}{m_{210\text{Po}}} = \frac{10^{-7} \text{ g}}{3,49 \cdot 10^{-25} \text{ kg}} = \frac{10^{-10} \text{ kg}}{3,49 \cdot 10^{-25} \text{ kg}} = 2,87 \cdot 10^{14} \text{ Atome}.$$

Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:

Ein Lösungsweg über Molgewicht (210 g) und Avogadrokonstante ist auch möglich.

ii) Aktivitätsberechnung:

Herleitung des Zusammenhangs zwischen Aktivität, Anzahl der Atome und Halbwertszeit:

$$\text{Allgemein ist } A(t) = -\dot{N}(t) = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda t} = \lambda \cdot N(t) \text{ mit } N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}.$$

$$\text{Da } \lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} \text{ ist, ergibt sich: } A(t) = \lambda \cdot N(t) = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} \cdot N(t).$$

Mit dem Ergebnis aus i) ergibt sich:

$$A_{\text{letal}} = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} \cdot N_{\text{letal}} = \frac{\ln(2)}{138,38 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}} \cdot 2,87 \cdot 10^{14} = 1,66 \cdot 10^7 \text{ Bq}.$$

iii) Berechnung der im menschlichen Körper vorhandenen Anzahl von ${}^{210}_{84}\text{Po}$ -Atomen:

Mit den (Kontroll-)Ergebnissen aus i) und ii) ergibt sich:

$$\frac{N_{\text{Mensch}}}{N_{\text{letal}}} = \frac{A_{\text{Mensch}}}{A_{\text{letal}}}, \text{ also } N_{\text{Mensch}} = \frac{A_{\text{Mensch}}}{A_{\text{letal}}} \cdot N_{\text{letal}}.$$

$$\text{Mit Zahlen: } N_{\text{Mensch}} = \frac{60 \text{ Bq}}{1,66 \cdot 10^7 \text{ Bq}} \cdot 2,87 \cdot 10^{14} = 1,04 \cdot 10^9 \approx 10^9.$$

b) Bestimmung der Aktivität nach 8 Jahren:

Gemäß Teilaufgabe 3a) beträgt die Aktivität der letalen Menge Polonium

$$A_{\text{letal}} \approx 1,66 \cdot 10^7 \text{ Bq} .$$

Für die Aktivität $A(t)$ ergibt sich aus dem Zerfallsgesetz:

$$A(t) = -\dot{N}(t) = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \text{ mit } A(0) = -\dot{N}(0) = \lambda \cdot N_0 \text{ insgesamt: } A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} .$$

Für die letale Po-Aktivität nach 8 Jahren ergibt sich

$$A_{75\text{kg}}(8 \text{ a}) = 1,66 \cdot 10^7 \text{ Bq} \cdot e^{-\frac{\ln(2)}{138,38 \text{ d}} \cdot 8 \cdot 365,25 \cdot \text{d}} , \text{ also } A_{75\text{kg}}(8 \text{ a}) \approx 7,31 \text{ Bq} .$$

Hochgerechnet auf die Masse der Probe $m_{\text{Probe}} = 0,010 \text{ kg}$ ergibt sich:

$$A_{10\text{g}}(8 \text{ a}) = \frac{m_{\text{Probe}}}{m_{\text{Person}}} \cdot A_{75\text{kg}}(8 \text{ a}) , \text{ also } A_{10\text{g}}(8 \text{ a}) = \frac{0,010 \text{ kg}}{75 \text{ kg}} \cdot 7,31 \text{ Bq} = 0,975 \cdot 10^{-3} \text{ Bq}$$

$$\text{oder } A_{10\text{g}}(8 \text{ a}) \approx \frac{1}{1000} \text{ Bq} .$$

Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:

Rechnet ein Prüfling mit $1 \text{ a} = 365 \text{ d}$ statt mit $1 \text{ a} = 365,25 \text{ d}$, erhält er die Werte

$$A_{75\text{kg}}(8 \text{ a}) \approx 7,38 \text{ Bq} \text{ und } A_{10\text{g}}(8 \text{ a}) = 0,984 \cdot 10^{-3} \text{ Bq} \approx \frac{1}{1000} \text{ Bq} .$$

Stellungnahme zum Ergebnis: Die zu erwartenden Messwerte wären äußerst klein und könnten aber in speziellen Messaufbauten ggf. noch registriert werden.

Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:

Hier ist darauf zu achten, dass der Prüfling eine physikalisch nachvollziehbare Bewertung vornimmt.

Teilaufgabe 4: Die zweistufige Wismut-Polonium-Zerfallskette

a) Beschreibung:

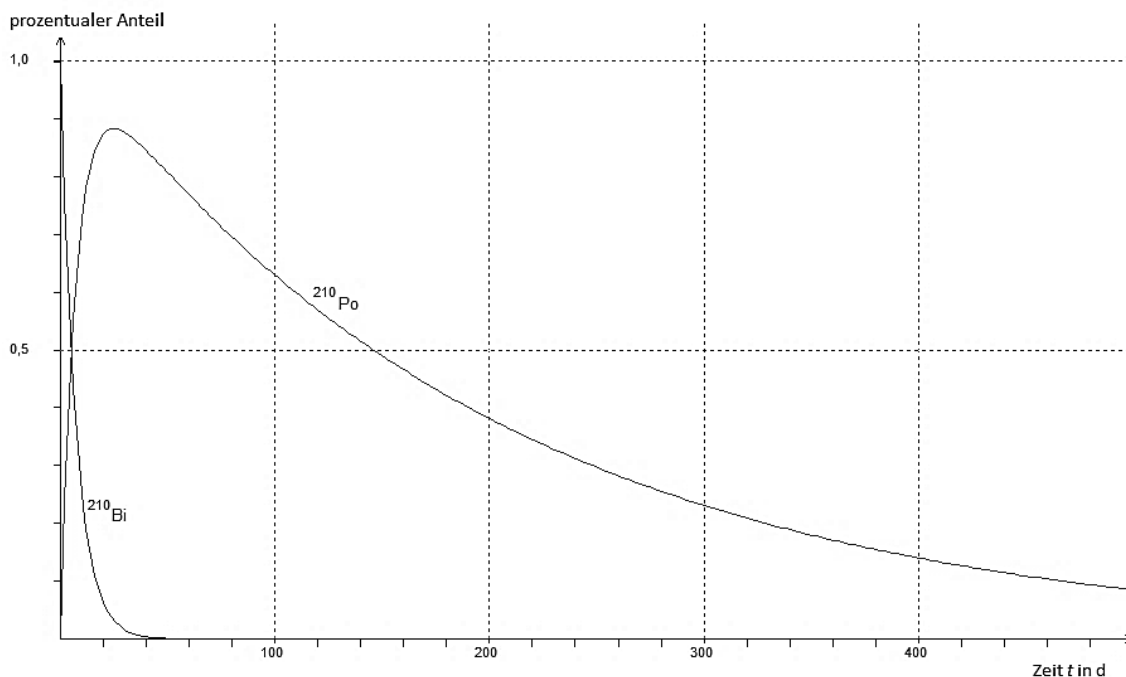
Bei $t = 0$ liegt reines ^{210}Bi vor, es gibt noch keine Tochterkerne ^{210}Po .

Für zunehmendes t nimmt ^{210}Po deutlich zu und erreicht zu einem bestimmten Zeitpunkt ein Maximum.

Für $t \rightarrow \infty$ sind alle ^{210}Po -Atome zerfallen.

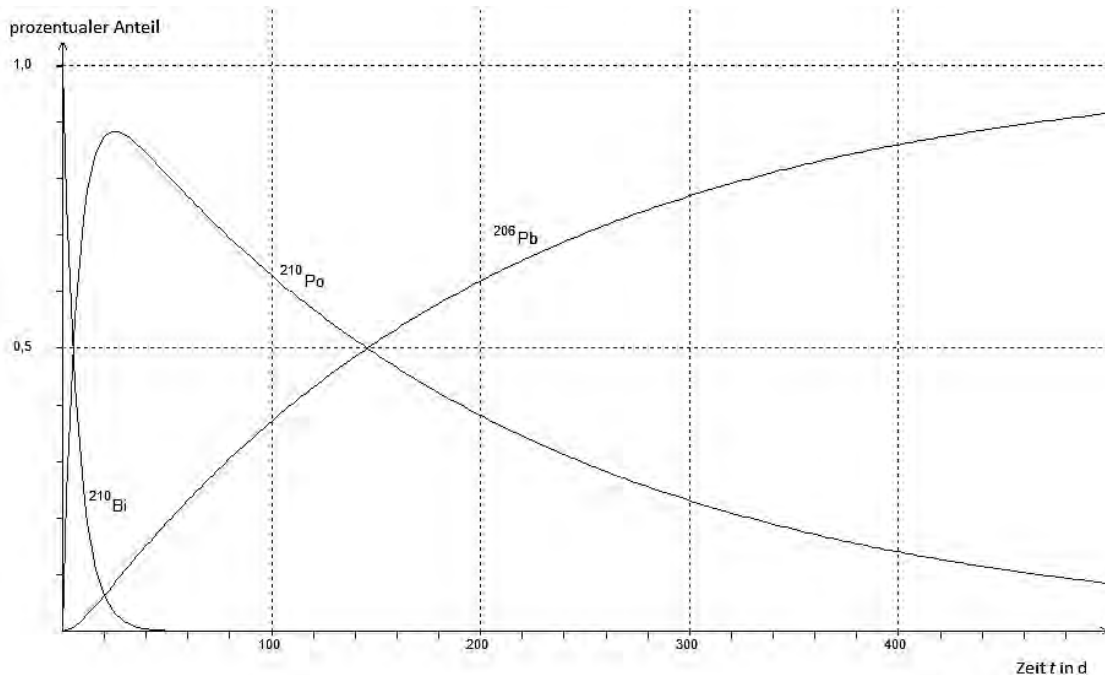
Erläuterung:

Die Halbwertszeit von ^{210}Bi ist deutlich kleiner als die Halbwertszeit von ^{210}Po . Daher entstehen zunächst deutlich schneller ^{210}Po -Atome, als diese wieder zerfallen. Wenn wegen der kurzen Halbwertszeit von ^{210}Bi sich praktisch alle ^{210}Bi -Kerne in ^{210}Po umgewandelt haben, nimmt die dann gebildete Menge an ^{210}Po -Atomen exponentiell ab.

b) Skizze des Mutternuklids ^{210}Bi (nachfolgend exakt berechnet und in Abbildung 2 eingetragen):**Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:**

Es sollte erkennbar sein, dass die Bi-Kurve bei 1,0 beginnt und im Wesentlichen dann Null erreicht, wenn die Po-Kurve beginnt, einen exponentiellen Abfall zu zeigen, also etwa ab $t \approx 40$ d.

- c) Skizze des stabilen Endprodukts $^{206}_{82}\text{Pb}$ (nachfolgend exakt berechnet und zusätzlich in Abbildung 2 eingetragen):



Hinweis für die korrigierende Lehrkraft:

Es sollte erkennbar sein, dass die Pb-Kurve bei 0 beginnt, monoton zunehmend verläuft und asymptotisch sich dem Grenzwert 1 nähert. Ferner sollte erkennbar sein, dass sich in der Summe aller drei Kurven 1 ergibt, und auch, dass für $t \gg T_{1/2}(\text{Bi})$ die Pb- und die Po-Kurven nahezu spiegelsymmetrisch zur 50 %-Linie verlaufen. Der in der Pb-Kurve vorhandene Wendepunkt wird (selbstverständlich) nicht erwartet.

- d) i) Die Differentialgleichung lautet: $\dot{N}_{\text{Po}}(t) = +\lambda_{\text{Bi}} \cdot N_{\text{Bi}}(t) - \lambda_{\text{Po}} \cdot N_{\text{Po}}(t)$.

- ii) Begründung:

Die Umwandlung des Wismuts $\lambda_{\text{Bi}} \cdot N_{\text{Bi}}(t)$ wirkt erhöhend auf die Anzahl der Po-Atome, daher das Pluszeichen.

Der Zerfall der Po-Atome $\lambda_{\text{Po}} \cdot N_{\text{Po}}(t)$ wirkt abnehmend, daher das Minuszeichen.

Beide Effekte addieren sich.

- iii) λ_{Po} ist die zum Poloniumisotop gehörende Zerfallskonstante.

λ_{Bi} ist die zum (radioaktiven) Wismutisotop gehörende Zerfallskonstante.

7. Teilleistungen – Kriterien / Bewertungsbogen zur Prüfungsarbeit

Name des Prüflings: _____ Kursbezeichnung: _____

Schule: _____

Teilaufgabe 1

Anforderungen		Lösungsqualität			
Der Prüfling		maximal erreichbare Punktzahl	EK ²	ZK	DK
a)	gibt die Kernumwandlungsgleichung des radioaktiven $^{210}_{84}\text{Po}$ an.	1			
b1)	bestimmt die drei möglichen Nuklide.	3			
b2)	bestimmt die zugehörige Zerfallsart.	3			
b3)	gibt die Kernumwandlungsgleichungen an.	3			
c)	gibt die Kernumwandlungsgleichung für das entstehende radioaktive Bi-Isotop an.	3			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (13)					
Summe Teilaufgabe 1		13			

Teilaufgabe 2

Anforderungen		Lösungsqualität			
Der Prüfling		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
a)	berechnet die gesamte beim Zerfall eines Po-Atoms frei werdende Energie in J und in MeV.	6			
b)	begründet qualitativ, warum der Energiewert der α -Teilchen kleiner ist als der Gesamtenergiewert.	3			
c1)	berechnet die Geschwindigkeit eines emittierten α -Teilchens.	4			
c2)	prüft, ob die Annahme der nichtrelativistischen Rechnung richtig ist.	2			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (15)					
Summe Teilaufgabe 2		15			

² EK = Erstkorrektur; ZK = Zweitkorrektur; DK = Drittkorrektur

Teilaufgabe 3

Anforderungen		Lösungsqualität			
Der Prüfling		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
ai)	berechnet die Anzahl der Po-Atome.	4			
aii)	leitet die allgemeine Beziehung zwischen $A(t)$ und $N(t)$ her und berechnet die Aktivität der tödlichen Menge.	4			
aiii)	bestimmt die durchschnittliche Anzahl der Po-Atome im Menschen.	3			
b)	berechnet die heutige Po-Aktivität in der Probe und begründet, ob das Verfahren sinnvoll ist.	6			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (17)					
Summe Teilaufgabe 3		17			

Teilaufgabe 4

Anforderungen		Lösungsqualität			
Der Prüfling		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
a1)	beschreibt das Diagramm.	3			
a2)	erläutert das Diagramm.	3			
b)	skizziert den zeitlichen Verlauf des prozentualen Anteils an Atomen des Bi-Mutternuklids.	3			
c)	skizziert den zeitlichen Verlauf des prozentualen Anteils an Atomen des stabilen Endprodukts.	3			
d1)	stellt die Differentialgleichung auf.	3			
d2)	begründet die aufgestellte Differentialgleichung .	3			
d3)	benennt die beiden noch nicht benannten Größen.	2			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (20)					
Summe Teilaufgabe 4		20			

Summe insgesamt		65			
------------------------	--	-----------	--	--	--

Festlegung der Gesamtnote (Bitte nur bei der letzten bearbeiteten Aufgabe ausfüllen.)

	Lösungsqualität			
	maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
Übertrag der Punktsumme aus der ersten bearbeiteten Aufgabe	65			
Übertrag der Punktsumme aus der zweiten bearbeiteten Aufgabe	65			
Punktzahl der gesamten Prüfungsleistung	130			
aus der Punktsumme resultierende Note				
Note ggf. unter Absenkung um ein bis zwei Notenpunkte gemäß § 13 Abs. 2 APO-GOST				
Paraphe				

ggf. arithmetisches Mittel der Punktsummen aus EK und ZK: _____

ggf. arithmetisches Mittel der Notenurteile aus EK und ZK: _____

Die Klausur wird abschließend mit der Note: _____ (____ Punkte) bewertet.

Unterschrift, Datum:

Grundsätze für die Bewertung (Notenfindung)

Für die Zuordnung der Notenstufen zu den Punktzahlen ist folgende Tabelle zu verwenden:

Note	Punkte	Erreichte Punktzahl
sehr gut plus	15	130 – 124
sehr gut	14	123 – 117
sehr gut minus	13	116 – 111
gut plus	12	110 – 104
gut	11	103 – 98
gut minus	10	97 – 91
befriedigend plus	9	90 – 85
befriedigend	8	84 – 78
befriedigend minus	7	77 – 72
ausreichend plus	6	71 – 65
ausreichend	5	64 – 59
ausreichend minus	4	58 – 51
mangelhaft plus	3	50 – 43
mangelhaft	2	42 – 34
mangelhaft minus	1	33 – 26
ungenügend	0	25 – 0



Name: _____

Abiturprüfung 2014

Physik, Leistungskurs

Aufgabenstellung:

Aufgabe: Experimente am Doppelspalt – Eigenschaften von Quantenobjekten

Das Doppelspaltexperiment gilt in der Quantenphysik als zentrales Experiment, um typische Eigenschaften der Quantenphysik zu verstehen und zu erarbeiten.

Teilaufgabe 1: Heliumatome am Doppelspalt

1991 wurden an der Universität Konstanz in einem Experiment Heliumatome auf einen Doppelspalt geschossen. Die Herstellung zweier ausreichend kleiner Spalte gelang mit Techniken aus der Halbleiterherstellung. Aus einer dünnen Goldfolie wurde ein Doppelspalt mit zwei Spalten im Abstand von $d = 8 \mu\text{m}$ gefertigt, die Heliumatome hatten eine De-Broglie-Wellenlänge von $\lambda_{\text{He}} = 103 \text{ pm}$, der Abstand e zwischen Doppelspalt und Schirm betrug $e = 0,64 \text{ m}$. In der folgenden Übersicht sind die Daten noch einmal zusammengefasst:

Spaltabstand:	$d = 8 \mu\text{m}$
Abstand Doppelspalt – Schirm:	$e = 0,64 \text{ m}$
De-Broglie-Wellenlänge der Heliumatome:	$\lambda_{\text{He}} = 103 \text{ pm}$



Name: _____

- a) Die kinetische Energie der im Konstanzer Doppelspaltexperiment verwendeten Heliumatome ist genau so groß wie die kinetische Energie einfach positiv geladener Heliumionen He^+ , die eine Beschleunigungsspannung von $U_B = 19 \text{ mV}$ durchlaufen haben. Zeigen Sie (in nichtrelativistischer Rechnung), dass für die De-Broglie-Wellenlänge dieser einfach positiv geladenen Heliumionen He^+ gilt:

$$\lambda_{\text{He}^+} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot e \cdot m_{\text{He}^+} \cdot U_B}}$$

Die Masse der He^+ -Ionen beträgt $m_{\text{He}^+} = 6,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

Bestimmen Sie die De-Broglie-Wellenlänge der Heliumionen.

- b) Bei der Beugung von Quantenobjekten der Wellenlänge λ am Doppelspalt gilt für den Winkel α_n , unter dem man das Interferenzmaximum n -ter Ordnung beobachten kann:

$$d \cdot \sin(\alpha_n) = n \cdot \lambda$$

Begründen Sie diese Beziehung mit Hilfe des Huygens'schen Prinzips und einer geeigneten Skizze.

- c) Im Konstanzer Doppelspaltexperiment mit Heliumatomen lagen die Interferenzmaxima 1. Ordnung in einem Abstand von $8,4 \mu\text{m}$ vom Hauptmaximum auf dem Schirm. Berechnen Sie anhand der angegebenen Positionen der Interferenzmaxima 1. Ordnung die Wellenlänge der Heliumatome. Beurteilen Sie, inwieweit das Experiment die De-Broglie-Theorie für Heliumatome quantitativ bestätigt.

(31 Punkte)



Name: _____

Teilaufgabe 2: Elektronen am Doppelspalt

Im Jahr 1959 gelang es Claus Jönsson in Tübingen erstmalig, Doppelspaltexperimente mit Elektronen durchzuführen. Dabei wurde mit folgenden Werten gearbeitet:

Spaltabstand:	$d = 2\ \mu\text{m}$
Abstand Doppelspalt – Schirm:	$e = 35\ \text{cm}$
De-Broglie-Wellenlänge:	$\lambda_B = 5,35\ \text{pm}$
Anfangsimpuls der Elektronen:	$p = 1,24 \cdot 10^{-22} \frac{\text{kg m}}{\text{s}}$

a) Zeigen Sie rechnerisch, warum bei den oben gegebenen Daten zur visuellen Beobachtung eine Vergrößerung des Interferenzbildes notwendig ist.

In der Originalarbeit von Jönsson, veröffentlicht in „Zeitschrift für Physik 161, S. 454 – 474 (1961)“, heißt es:

„Deshalb ist hier bei der Herstellung der Spalte nicht die Vereinfachung möglich, dass man sie auf einen durchsichtigen Träger präpariert, wie es in der Lichtoptik z. B. bei dem auf Glas geritzten Beugungsgitter der Fall ist, sondern man muss ein Verfahren finden, das einem erlaubt, materiefreie Spalte in Metallfolien herzustellen, deren Dimensionen [...] [hinreichend] klein sind [...]“.

- b) Begründen Sie, warum bei der Durchführung des Doppelspaltexperiments mit Elektronen, anders als mit Photonen, materiefreie Spalte verwendet werden müssen.
- c) Erläutern Sie, warum es für das Gelingen des Versuchs wichtig ist, dass die Elektronen eine möglichst einheitliche Energie besitzen.

(13 Punkte)



Name: _____

Teilaufgabe 3: Ein Wesenszug der Quantenmechanik

Beim Beschuss eines Doppelspalts mit Quantenobjekten wie z. B. Photonen, Elektronen, Atomen entstehen charakteristische Schirmbilder.

Abbildung 1 zeigt die Ergebnisse einer Computersimulation des Durchgangs von Quantenobjekten durch einen Doppelspalt zu solchen Zeitpunkten, zu denen 500, 3000 und 10000 Ereignisse auf dem Schirm registriert worden sind.

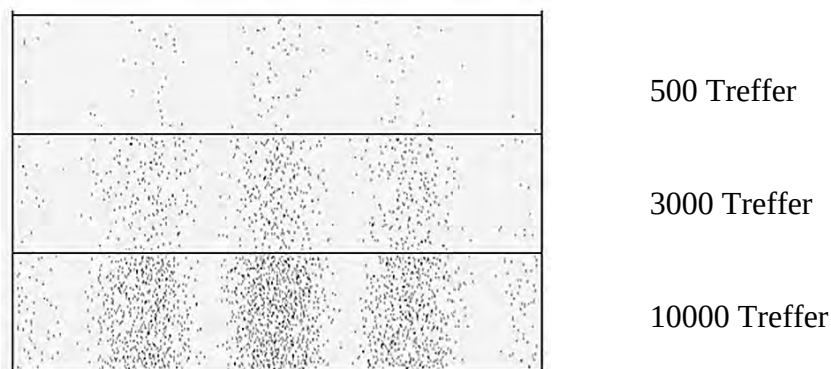


Abbildung 1: Ergebnisse einer Computersimulation

- a) Erläutern Sie mit Hilfe der Versuchsergebnisse in der Abbildung 1 die folgende Aussage:
„Im Doppelspaltexperiment verhält sich ein Quantenobjekt wie ein Teilchen und wie eine Welle.“
- b) Erläutern Sie neben Spalt- und Gitterexperimenten kurz ein weiteres Experiment, bei dem es angeraten ist, für Licht das Teilchenmodell zu verwenden, und begründen Sie dies.

(12 Punkte)

Teilaufgabe 4: Die Heisenberg'sche Unschärferelation

Die erste Formulierung einer Unschärferelation in der Quantenmechanik betraf die gleichzeitige Kenntnis von Ort und Impuls eines Teilchens. Im Jahre 1927 veröffentlichte Heisenberg seine Arbeit „Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik“ und argumentierte, dass die mikroskopische Bestimmung des Ortes x eines Teilchens im Allgemeinen zu einer Beeinflussung (Störung) des Impulses p des Teilchens führen muss.



Name: _____

Zur Veranschaulichung dieser Aussage werden Elektronen betrachtet, die auf einen Einzelspalt treffen. Die Daten der experimentellen Anordnung können der folgenden Übersicht entnommen werden, Impuls und De-Broglie-Wellenlänge der Elektronen entsprechen den Werten im Jönsson-Experiment:

Breite des Einzelspalt:	$b = 3 \mu\text{m}$
Abstand Einzelspalt – Schirm:	$e = 0,35 \text{ m}$
De-Broglie-Wellenlänge der Elektronen:	$\lambda_e = 5,35 \text{ pm}$
Anfangsimpuls der Elektronen:	$p = 1,24 \cdot 10^{-22} \frac{\text{kg m}}{\text{s}}$

Ein Elektron, das am Ort y auf dem Schirm auftrifft, hat durch die Beugung am Einzelspalt die Impulskomponente $\overrightarrow{\Delta p}_y$ erhalten (siehe Abbildung 2).

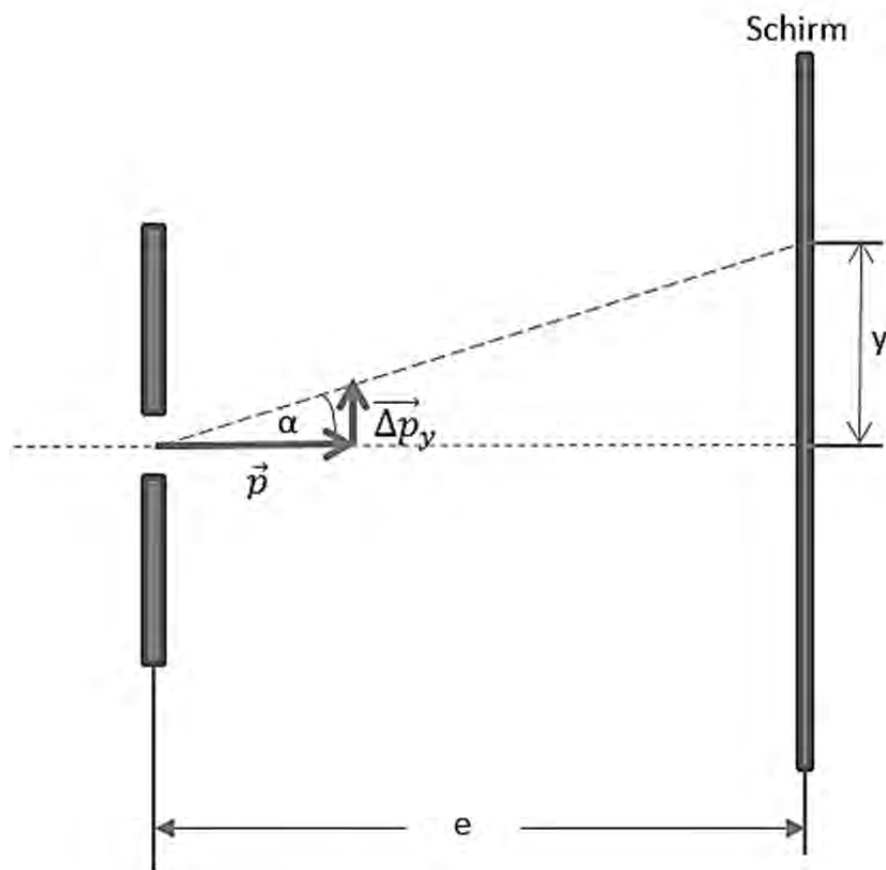


Abbildung 2: Zur Heisenberg'schen Unschärferelation



Name: _____

a) Erläutern Sie, warum eine Abschätzung der maximalen seitlichen Impulskomponente Δp_y mit Hilfe der Breite des Hauptmaximums sinnvoll erscheint.

Die Breite des Hauptmaximums auf dem Schirm wird durch den Abstand der Interferenzminima 1. Ordnung festgelegt. Im Experiment misst man für den Abstand a des ersten Minimums vom Hauptmaximum den Wert $y = a = 0,622 \mu\text{m}$.

b) Bestimmen Sie die maximale seitliche Impulskomponente Δp_y aus der Breite des Hauptmaximums auf dem Schirm und dem Anfangsimpuls p der Elektronen.

[Zur Kontrolle: $\Delta p_y = 2,20 \cdot 10^{-28} \frac{\text{kg m}}{\text{s}}$]

c) Zeigen Sie, dass Ihr Ergebnis die Heisenberg'sche Unschärferelation in der Form $\Delta p_y \cdot \Delta y \approx h$ bestätigt, wenn für die Ortsunschärfe Δy die Spaltbreite b zugrunde gelegt wird.

(9 Punkte)

Zugelassene Hilfsmittel:

- Physikalische Formelsammlung
- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit, auch mit CAS-Funktionalität)
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Unterlagen für die Lehrkraft

Abiturprüfung 2014

Physik, Leistungskurs

1. Aufgabenart

Bearbeitung einer Aufgabe, die fachspezifisches Material enthält

2. Aufgabenstellung¹

Aufgabe: Experimente am Doppelspalt – Eigenschaften von Quantenobjekten

(65 Punkte)

Hinweis: Kombinierbar entweder mit HT 1, HT 2 oder HT 3

3. Materialgrundlage

- entfällt

4. Bezüge zu den Vorgaben 2014

1. Inhaltliche Schwerpunkte

- Ladungen und Felder
 - Bewegung von Ladungsträgern in elektrischen und magnetischen Feldern
- Elektromagnetische Schwingungen und Wellen
 - Interferenz (Lichtbeugung am Doppelspalt, Wellenlängenmessung)
- Quanteneffekte
 - Wellenaspekt des Elektrons: De-Broglie-Theorie des Elektrons
 - Wellen- und Teilchenaspekt von Quantenobjekten: Grenzen der Anwendbarkeit klassischer Begriffe in der Quantenphysik (Doppelspaltversuch mit einzelnen Elektronen)
 - Heisenberg'sche Unbestimmtheitsrelation

2. Medien/Materialien

- entfällt

5. Zugelassene Hilfsmittel

- Physikalische Formelsammlung
- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit, auch mit CAS-Funktionalität)
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

¹ Die Aufgabenstellung deckt inhaltlich alle drei Anforderungsbereiche ab.

6. Modellösungen

Die jeweilige Modelllösung stellt eine mögliche Lösung bzw. Lösungsskizze dar. Der gewählte Lösungsansatz und -weg der Schülerinnen und Schüler muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet (Bewertungsbogen: Spalte „Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung“).

Sollte die Auswertung der Messdaten mit Hilfe eines grafikfähigen TR oder CAS erfolgen, so muss der Prüfling die entstandenen Graphen für die korrigierende Lehrkraft skizzenhaft in seiner Reinschrift dokumentieren.

Teilaufgabe 1

Hinweis für die korrigierende Lehrkraft: Genauere Informationen zum Konstanzer Doppelspaltexperiment mit Heliumatomen in Phys. Bl. 47 (1991) Nr. 5.

a) Für die De-Broglie-Wellenlänge der Heliumionen gilt:

$$\lambda_{\text{He}^+} = \frac{h}{p_{\text{He}^+}} = \frac{h}{m_{\text{He}^+} \cdot v_{\text{He}^+}}.$$

Da die Heliumionen in einem elektrischen Feld beschleunigt werden, gilt für ihre kinetische Energie:

$$\frac{1}{2} \cdot m_{\text{He}^+} \cdot v_{\text{He}^+}^2 = e \cdot U_{\text{B}}$$

$$\text{also } v_{\text{He}^+} = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U_{\text{B}}}{m_{\text{He}^+}}}$$

$$\text{Einsetzen ergibt: } \lambda_{\text{He}^+} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot e \cdot m_{\text{He}^+} \cdot U_{\text{B}}}}.$$

Mit den konkret angegebenen Werten erhält man für die Wellenlänge

$$\lambda_{\text{He}^+} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{\sqrt{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 6,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 0,019 \text{ V}}} = 103,8 \text{ pm}.$$

b) Nach dem Huygens'schen Prinzip ist jeder Punkt einer Wellenfront Ausgangspunkt einer Elementarwelle. Dies gilt auch an den Orten S_1 und S_2 der beiden Spalte, wo sich zwei Elementarwellen bilden. Beträgt der Gangunterschied Δs der Elementarwellen an einem Beobachtungspunkt ein Vielfaches der Wellenlänge, so interferieren die Wellen konstruktiv und es entsteht ein Interferenzmaximum.

Teilaufgabe 2

a) Für den Abstand a_1 des Maximums erster Ordnung vom Hauptmaximum gilt:

$$a_1 = \frac{\lambda_e \cdot e}{d} = \frac{5,35 \cdot 10^{-12} \text{ m} \cdot 0,35 \text{ m}}{2 \cdot 10^{-6} \text{ m}} = 0,936 \cdot 10^{-6} \text{ m} \approx 1 \mu\text{m}.$$

Mit den Daten des Jönsson-Experiments folgt $a_1 \approx 1 \mu\text{m}$. Strukturen dieser Größenordnung können nicht mit dem bloßen Auge beobachtet werden.

b) Da Elektronen im Gegensatz zu Photonen aufgrund ihrer elektrischen Ladung mit Materie deutlich wechselwirken, ist es notwendig, die Spalte materiefrei herzustellen.

c) Verwendet man Elektronen mit „stark“ unterschiedlichen Energien, so führt man den Versuch mit Elektronen verschiedener Wellenlänge durch („nicht monochromatischen“ Elektronen). Diese erzeugen Interferenzmaxima an unterschiedlichen Stellen auf dem Schirm (siehe Teilaufgabe a)), was die Beobachtung erschwert.

Teilaufgabe 3

a) Einzelne Treffer deuten darauf hin, dass Quantenobjekte sich wie Teilchen verhalten, trotzdem entspricht die Verteilung der Treffer auf dem Schirm nicht dem Verhalten klassischer Teilchen.

Das entstehende Interferenzmuster auf dem Schirm deutet darauf hin, dass sich Quantenobjekte wie Wellen verhalten.

Für ein einzelnes Quantenobjekt kann der Auftreffort nicht vorhergesagt werden, das Interferenzmuster (welches nur für viele Quantenobjekte entsteht) macht nur eine Wahrscheinlichkeitsaussage, wo (gehäuft) Treffer zu erwarten sind.

b) Die Verwendung des Teilchenmodells für Licht ist für die Deutung des Photoeffekts (Herauslösen von Elektronen aus einer Metalloberfläche durch Licht) sinnvoll. Das Auslösen von Elektronen aus Metall ist nur möglich, wenn das Licht eine bestimmte Mindestfrequenz/Grenzfrequenz hat; ist die Frequenz zu niedrig, nützt auch eine Erhöhung der Lichtintensität nichts, dies ist im Wellenmodell nicht zu deuten. Wird die Intensität des Lichtes erhöht – das bedeutet im Teilchenbild, das mehr Photonen auf die Metalloberfläche auftreffen –, so erhöht sich die Anzahl der ausgelösten Elektronen, nicht aber deren Geschwindigkeit.

Teilaufgabe 4

a) Da die Interferenzverteilung eine Aussage über die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Quantenobjekte liefert, wird man die Quantenobjekte mit einer sehr hohen Wahrscheinlichkeit im Bereich des Hauptmaximums auf dem Schirm antreffen, d. h., maximal führt eine seitliche Impulskomponente dazu, dass das Elektron am Rand des Hauptmaximums auftrifft.

b) Mit dem Strahlensatz folgt:

$$\frac{\Delta p_y}{p} = \frac{a}{e} \text{ und damit } \Delta p_y = \frac{p \cdot a}{e} = 2,20366 \cdot 10^{-28} \frac{\text{kg m}}{\text{s}} \approx 2,20 \cdot 10^{-28} \frac{\text{kg m}}{\text{s}}.$$

$$\text{c) } \Delta p_y \cdot b = 2,20 \cdot 10^{-28} \frac{\text{kg m}}{\text{s}} \cdot 3 \mu\text{m} = 6,60 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \approx h$$

7. Teilleistungen – Kriterien / Bewertungsbogen zur Prüfungsarbeit

Name des Prüflings: _____ Kursbezeichnung: _____

Schule: _____

Teilaufgabe 1

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK ²	ZK	DK
	Der Prüfling				
a1)	zeigt mit Hilfe der Formel für die De-Broglie-Wellenlänge und dem Energieansatz die Gültigkeit der Formel für die De-Broglie-Wellenlänge der Heliumionen.	6			
a2)	bestimmt den Wert.	3			
b1)	zeichnet eine geeignete Skizze und trägt die wesentlichen Bezeichnungen ein.	5			
b2)	nennt die wesentlichen Aussagen des Huygens'schen Prinzips und gibt an, bei welchen Gangunterschieden konstruktive Interferenz auftritt.	6			
b3)	gibt die Beziehung zwischen Spaltabstand, Winkel und Gangunterschied mit Hilfe trigonometrischer Beziehungen im rechtwinkligen Dreieck an.	3			
c1)	gibt die Beziehung zwischen Winkel, Abstand des Maximums erster Ordnung vom Hauptmaximum und Abstand Schirm – Doppelspalt mit Hilfe trigonometrischer Beziehungen im rechtwinkligen Dreieck an und berechnet mit Hilfe der in b) hergeleiteten Formel die Wellenlänge.	5			
c2)	beurteilt, inwieweit das Experiment die De-Broglie-Theorie für Heliumionen quantitativ bestätigt.	3			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (31)					
	Summe Teilaufgabe 1	31			

² EK = Erstkorrektur; ZK = Zweitkorrektur; DK = Drittkorrektur

Teilaufgabe 2

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
	Der Prüfling				
a)	zeigt rechnerisch, warum bei den gegebenen Daten zur visuellen Beobachtung eine Vergrößerung des Interferenzbildes notwendig ist.	6			
b)	begründet, warum bei der Durchführung des Doppelspaltexperiments mit Elektronen, anders als mit Photonen, materiefreie Spalte verwendet werden müssen.	3			
c)	erläutert, warum es für das Gelingen des Versuchs wichtig ist, dass die Elektronen eine möglichst einheitliche Energie besitzen.	4			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (13)					
Summe Teilaufgabe 2		13			

Teilaufgabe 3

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
	Der Prüfling				
a)	erläutert mit Hilfe der Versuchsergebnisse die Aussage.	6			
b1)	erläutert den Photoeffekt.	3			
b2)	begründet, dass die Versuchsergebnisse nur im Teilchenmodell erklärt werden können.	3			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (12)					
Summe Teilaufgabe 3		12			

Teilaufgabe 4

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
	Der Prüfling				
a)	erläutert, warum eine Abschätzung der maximalen seitlichen Impulskomponente Δp_y mit Hilfe der Breite des Hauptmaximums sinnvoll erscheint.	2			
b)	bestimmt die maximale seitliche Impulskomponente Δp_y aus der Breite des Hauptmaximums auf dem Schirm und dem Anfangsimpuls p der Elektronen.	5			
c)	zeigt, dass das Ergebnis die Heisenberg'sche Unschärferelation in der angegebenen Form bestätigt.	2			
Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung: (9)					
	Summe Teilaufgabe 4	9			

	Summe insgesamt	65			
--	------------------------	-----------	--	--	--

Festlegung der Gesamtnote (Bitte nur bei der letzten bearbeiteten Aufgabe ausfüllen.)

	Lösungsqualität			
	maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
Übertrag der Punktsumme aus der ersten bearbeiteten Aufgabe	65			
Übertrag der Punktsumme aus der zweiten bearbeiteten Aufgabe	65			
Punktzahl der gesamten Prüfungsleistung	130			
aus der Punktsumme resultierende Note				
Note ggf. unter Absenkung um ein bis zwei Notenpunkte gemäß § 13 Abs. 2 APO-GOST				
Paraphe				

ggf. arithmetisches Mittel der Punktsummen aus EK und ZK: _____

ggf. arithmetisches Mittel der Notenurteile aus EK und ZK: _____

Die Klausur wird abschließend mit der Note: _____ (____ Punkte) bewertet.

Unterschrift, Datum:

Grundsätze für die Bewertung (Notenfindung)

Für die Zuordnung der Notenstufen zu den Punktzahlen ist folgende Tabelle zu verwenden:

Note	Punkte	Erreichte Punktzahl
sehr gut plus	15	130 – 124
sehr gut	14	123 – 117
sehr gut minus	13	116 – 111
gut plus	12	110 – 104
gut	11	103 – 98
gut minus	10	97 – 91
befriedigend plus	9	90 – 85
befriedigend	8	84 – 78
befriedigend minus	7	77 – 72
ausreichend plus	6	71 – 65
ausreichend	5	64 – 59
ausreichend minus	4	58 – 51
mangelhaft plus	3	50 – 43
mangelhaft	2	42 – 34
mangelhaft minus	1	33 – 26
ungenügend	0	25 – 0