

Punkteverteilung Aufgabe 2: Wechselverhalten von Stromkunden

Aufgabenteil	a	b	c	d	e	f	g	h	gesamt
Erreichbar	2	4	4	3	7	5	4	4	33
Erstkorrektur									
Zweitkorrektur									

In Deutschland wurde im Jahr 2011 die Energiewende beschlossen. Langfristig soll die Stromproduktion in Kernkraftwerken durch alternative Verfahren (sowohl über Wind-, Wasser- und Solarenergie als auch über die Nutzung von fossilen Brennstoffen) vollständig ersetzt werden. Vor allem durch den Atomunfall 2011 in Fukushima (Japan) hat sich das Bewusstsein der Stromkonsumenten verändert. Für viele Haushalte ist seitdem nicht mehr ausschließlich der Strompreis für die Wahl eines Tarifes ausschlaggebend, sondern auch die Art der Stromerzeugung.

Viele Energieversorger bieten schon jetzt Kombinationen an, bei denen die elektrische Energie aus unterschiedlichen Energiequellen stammt. Vereinfacht werden dazu folgende drei Kombinationen betrachtet: „Strom vorwiegend aus fossilen Brennstoffen“ (F), „Strom vorwiegend aus Kernenergie“ (K), und „Strom ausschließlich aus erneuerbaren Energiequellen“ (E).

Im Jahr 2012 wurden 1000 Haushalte zu ihrem Wechselverhalten im vergangenen Jahr befragt. Es zeigte sich, dass insgesamt 360 Haushalte am Ende des Jahres ihren „Strom ausschließlich aus erneuerbaren Energiequellen“ (E) bezogen. Ein Wechsel kann nur einmal jährlich erfolgen. Die Ergebnisse des (übrigen) Wechselverhaltens sind in der nachfolgenden Tabelle 2.1 dargestellt.

Wechselverhalten innerhalb eines Jahres (absolute Häufigkeiten)		von		
		F	K	E
nach	F	135	120	20
	K	45	m_{22}	20
	E	m_{31}	180	60

Tabelle 2.1

- a) Weisen Sie nach, dass die Elemente m_{31} und m_{22} in der Tabelle 2.1 die absoluten Häufigkeiten 120 bzw. 300 annehmen müssen.
- b) Ermitteln Sie anhand der Tabelle 2.1, welche absoluten Häufigkeiten in dem dargestellten Diagramm (Abbildung 2.1) in den Kästchen einzutragen sind und ergänzen Sie die fehlenden absoluten Häufigkeiten in der Abbildung 2.1.

Erläutern Sie die Bedeutung der Werte in den drei Kästchen mit durchgezogener Linie.

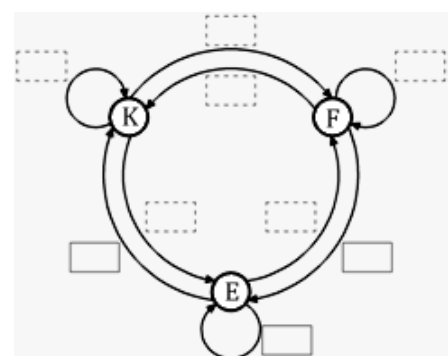


Abbildung 2.1

Das in der Tabelle 2.1 dargestellte Wechselverhalten der Haushalte wird durch die folgende stochastische Matrix $W = \begin{pmatrix} 0,45 & 0,2 & 0,2 \\ 0,15 & 0,5 & 0,2 \\ 0,4 & 0,3 & 0,6 \end{pmatrix}$ beschrieben.

c) Erläutern Sie, wie auf Grundlage der Tabelle 2.1 die Elemente der Matrix W berechnet wurden. Es ist ausreichend diese Erläuterung beispielhaft an einem Element der Matrix W auszuführen.

d) Berechnen Sie den Vektor $\vec{v}$ und erläutern Sie die Bedeutung der Matrixgleichung:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 0,45 & 0,2 & 0,2 \\ 0,15 & 0,5 & 0,2 \\ 0,4 & 0,3 & 0,6 \end{pmatrix}^2 \cdot \begin{pmatrix} 300 \\ 600 \\ 100 \end{pmatrix}$$

im Sachzusammenhang.

Für die Übergangsmatrix W gilt: $W^{30} = \begin{pmatrix} 4/15 & 4/15 & 4/15 \\ 4/15 & 4/15 & 4/15 \\ 7/15 & 7/15 & 7/15 \end{pmatrix}$.

e) Entscheiden Sie begründet, ob es sich bei der Matrix W^{30} um eine Grenzmatrix handelt.

Interpretieren Sie diese Matrix hinsichtlich der Verteilung auf die verschiedenen Stromkombinationen (F), (K) und (E).

Beurteilen Sie die Bedeutung der Matrix W^{30} vor dem Hintergrund der angestrebten Energiewende.

Bei einer statistischen Datenerfassung über das Wechselverhalten der Stromkunden innerhalb eines Jahres konnten nicht alle Daten vollständig erfasst werden. Es wurden insgesamt 600 Haushalte befragt, von denen zu Beginn der Datenerfassung 120 Haushalte „Strom vorwiegend aus fossilen Brennstoffen“ (F) und 100 Haushalte „Strom ausschließlich aus erneuerbaren Energiequellen“ (E) nutzten. Die restlichen Haushalte bezogen ihren „Strom vorwiegend aus Kernenergie“ (K). Ein Praktikant konnte tabellarisch die folgenden Werte über das Wechselverhalten der Stromkunden dokumentieren.

Wechselverhalten innerhalb eines Jahres (absolute Häufigkeiten)		von		
		F	K	E
nach	F	x	25	23
	K	3	y	5
	E	42	25	72

Tabelle 2.2

f) Ermitteln Sie die Werte für x und y in der Tabelle 2.2.

Zeigen Sie, dass am Ende des Untersuchungszeitraumes immer noch mehr als doppelt so viele Haushalte ihren „Strom vorwiegend aus Kernenergie“ (K) beziehen wie Haushalte, die ihren „Strom vorwiegend aus fossilen Brennstoffen“ (F) erhalten.

	Anforderungen	Modelllösungen																																												
zu 2e		Die Grenzmatrix gilt allerdings auch nur für den Fall, dass sich sowohl das Wechselverhalten der Haushalte, als auch das Angebot an den Stromkombinationen über einen Zeitraum von 30 Jahren nicht verändert. Dies erscheint unrealistisch: Das Wechselverhalten kann sich beispielsweise durch Preisänderungen und die zeitliche Distanz zu dem Reaktorunfall in Fukushima jederzeit ändern. Vor dem Hintergrund der angestrebten Energiewende wird wahrscheinlich langfristig keine Stromkombination mehr angeboten werden, die vorwiegend aus Kernenergie besteht.																																												
2f	ermittelt die Werte x, y und zeigt, dass die Anzahl der Haushalte, die Strom aus (K) beziehen immer noch mehr als doppelt so hoch ist wie die Anzahl der Haushalte, die Strom aus (F) beziehen.	$x = 120 - 3 - 42 = 75$ $y = 600 - 120 - 100 - 2 \cdot 25 = 330$ $K_0 = 600 - 120 - 100 = 380$ (Anzahl der Haushalte, die ihren Strom aus (K) zu Beginn der Untersuchung bezogen) Das Wechselverhalten aus Tabelle 2.2: <table><tr><th>von/nach</th><th>F</th><th>K</th><th>E</th><th></th></tr><tr><td>F</td><td>75</td><td>25</td><td>23</td><td></td></tr><tr><td>K</td><td>3</td><td>330</td><td>5</td><td></td></tr><tr><td>E</td><td>42</td><td>25</td><td>72</td><td></td></tr><tr><td></td><td>120</td><td>380</td><td>100</td><td>600</td></tr></table> kann z.B. durch die Übergangsmatrix: $\begin{pmatrix} 75/120 & 25/380 & 23/100 \\ 3/120 & 330/380 & 5/100 \\ 42/120 & 25/380 & 72/100 \end{pmatrix}$ dargestellt werden. Daraus kann die Matrixgleichung $\begin{pmatrix} 75/120 & 25/380 & 23/100 \\ 3/120 & 330/380 & 5/100 \\ 42/120 & 25/380 & 72/100 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 120 \\ 380 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F \\ K \\ E \end{pmatrix}$ hergeleitet und gelöst werden. <table><tr><td>75</td><td>25</td><td>23</td></tr><tr><td>120</td><td>380</td><td>100</td></tr><tr><td>3</td><td>330</td><td>5</td></tr><tr><td>120</td><td>380</td><td>100</td></tr><tr><td>42</td><td>25</td><td>72</td></tr><tr><td>120</td><td>380</td><td>100</td></tr></table>$\cdot \begin{bmatrix} 120 \\ 380 \\ 100 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 123 \\ 338 \\ 139 \end{bmatrix}$ Daraus folgt, dass 123 Haushalte die Stromkombination (F), 338 Haushalte die Stromkombination (K) und 139 Haushalte die Stromkombination (E) am Ende des Untersuchungszeitraumes beziehen. Es gilt $2 \cdot 123(F) < 338 (K)$. Das bedeutet, dass am Ende des Untersuchungszeitraumes immer noch mehr als doppelt so viele Haushalte ihren Strom aus (K) beziehen gegenüber den Haushalten, die Strom aus (F) beziehen.	von/nach	F	K	E		F	75	25	23		K	3	330	5		E	42	25	72			120	380	100	600	75	25	23	120	380	100	3	330	5	120	380	100	42	25	72	120	380	100	5
von/nach	F	K	E																																											
F	75	25	23																																											
K	3	330	5																																											
E	42	25	72																																											
	120	380	100	600																																										
75	25	23																																												
120	380	100																																												
3	330	5																																												
120	380	100																																												
42	25	72																																												
120	380	100																																												