

Hinweise für den Prüfling

Auswahlzeit: 45 Minuten

Bearbeitungszeit (insgesamt): 240 Minuten

Auswahlverfahren

Wählen Sie aus den Aufgabengruppen A und B jeweils einen Vorschlag zur Bearbeitung aus. Der vorliegende Aufgabenvorschlag C ist ein Pflichtvorschlag. Die nicht ausgewählten Vorschläge müssen am Ende der Auswahlzeit der Aufsicht führenden Lehrkraft zurückgegeben werden.

Erlaubte Hilfsmittel

1. ein Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
2. ein wissenschaftlich-technischer Taschenrechner (WTR) ohne Grafik, ohne CAS **oder**
ein grafikfähiger Taschenrechner (GTR) ohne CAS **oder**
ein computeralgebrafähiger Taschencomputer / Computeralgebrasystem auf einem PC (CAS)
3. eine gedruckte Formelsammlung der Schulbuchverlage
4. eine Liste der fachspezifischen Operatoren

Sonstige Hinweise

keine

In jedem Fall vom Prüfling auszufüllen

Name: _____	Vorname: _____
Prüferin/Prüfer: _____	Datum: _____

Lineare Algebra / Analytische Geometrie

Aufgaben

Für Lichtstrahlen, die auf einen ebenen Spiegel treffen, gilt das Reflexionsgesetz „Einfallswinkel gleich Reflexionswinkel“.

Die Gerade, die orthogonal zur Spiegelebene durch den Punkt verläuft, in dem der einfallende Lichtstrahl auf den Spiegel trifft, bezeichnet man als Einfallslot. Der einfallende Strahl, der reflektierte Strahl und das Einfallslot liegen in einer Ebene, die senkrecht auf der Spiegelebene steht.

Im Punkt $A(2|7|4)$ sendet ein Laser einen Lichtstrahl zum Punkt $B(3|2|-2)$, der in einem ebenen Spiegel liegt. Der Spiegel soll so ausgerichtet werden, dass der Lichtstrahl zum Punkt $C(13|4|10)$ reflektiert wird (Material). Der Einfallswinkel ist mit α bezeichnet.

- 1.1 Berechnen Sie die Länge der Vektoren $\overrightarrow{BA}$ und $\overrightarrow{BC}$ und zeigen Sie, dass gilt: $|\overrightarrow{BC}| = 2 \cdot |\overrightarrow{BA}|$.
(3 BE)

- 1.2 Berechnen Sie den Vektor $\vec{v} = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$, der die Richtung des Einfallslots angibt.
Bestimmen Sie den Einfallswinkel des Lichtstrahls sowie eine Koordinatengleichung der Spiegelebene F.
[zur Kontrolle: $2x + 3y + 6z = 0$ ist eine mögliche Koordinatengleichung von F.]
(6 BE)

- 1.3 Gegeben ist eine Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 12 \\ 18 \\ -13 \end{pmatrix}, r \in \mathbb{R}$. Untersuchen Sie die besondere Lage von g in Bezug auf die Ebene, die durch die Punkte A, B und C gegeben ist.
(4 BE)

- 1.4 Deuten Sie die Zeilen (I) bis (IV) im folgenden Kasten im Sachzusammenhang:

(I) $k: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ (II) $H: \left(\vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y + 6z = 49$ (III) $2 \cdot (3 + 2t) + 3 \cdot (2 + 3t) + 6 \cdot (-2 + 6t) = 49 \Leftrightarrow t = 1; D(5 5 4)$ (IV) $\vec{a} + 2 \cdot \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}; P(8 3 4)$
--

(5 BE)

2. Durch Drehung der Spiegelebene F um die Gerade g aus Aufgabe 1.3 entsteht die Ebenenschar E_a : $(4,5 + 3a) \cdot x + (4,5a - 3) \cdot y + 9a \cdot z = 7,5$.

2.1 Zeigen Sie, dass die Gerade g sowohl in der Ebene F liegt als auch gemeinsame Gerade aller Ebenen der Ebenenschar E_a ist, dass aber F selbst nicht zur Ebenenschar E_a gehört.

(6 BE)

2.2 Der Lichtstrahl von A nach B soll in sich selbst reflektiert werden. Ermitteln Sie eine Koordinatengleichung der zugehörigen Spiegelebene aus der Ebenenschar E_a und erläutern Sie Ihren Ansatz.

(6 BE)

Material

