

Hinweise für den Prüfling

Auswahlzeit: 45 Minuten

Bearbeitungszeit (insgesamt): 240 Minuten

Auswahlverfahren

Wählen Sie aus den Aufgabengruppen A und B jeweils einen Vorschlag zur Bearbeitung aus. Der vorliegende Aufgabenvorschlag C ist ein Pflichtvorschlag. Die nicht ausgewählten Vorschläge müssen am Ende der Auswahlzeit der Aufsicht führenden Lehrkraft zurückgegeben werden.

Erlaubte Hilfsmittel

1. ein Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
2. ein wissenschaftlich-technischer Taschenrechner (WTR) ohne Grafik, ohne CAS **oder**
ein grafikfähiger Taschenrechner (GTR) ohne CAS **oder**
ein computeralgebrafähiger Taschencomputer / Computeralgebrasystem auf einem PC (CAS)
3. eine gedruckte Formelsammlung der Schulbuchverlage
4. die beigelegten Tabellen zur Stochastik
5. eine Liste der fachspezifischen Operatoren

Sonstige Hinweise

Die Tabelle zur Binomialsummenfunktion für $n = 100$ (Seite 5) kann verwendet werden.

In jedem Fall vom Prüfling auszufüllen

Name: _____	Vorname: _____
Prüferin/Prüfer: _____	Datum: _____

Stochastik**Aufgaben**

In der sogenannten PINTA-Studie zur Internetabhängigkeit aus dem Jahr 2011 wurden bundesweit 15023 Personen im Alter von 14 – 64 Jahren befragt, die als repräsentativ für die Gesamtbevölkerung in dieser Altersklasse angesehen werden können. In der folgenden Tabelle sind einige Ergebnisse der Studie dargestellt.

1 % aller Befragten wird demnach als internetabhängig eingestuft; bei 4,6 % aller Befragten und 17,2 % der weiblichen Befragten der Altersgruppe 14 – 16 Jahren wird die Internetnutzung als problematisch eingestuft.

Die Internetnutzung einer Person kann nicht gleichzeitig als problematisch und als Internetabhängigkeit eingestuft werden.

Altersgruppe	Internetabhängigkeit (in %)			problematische Internetnutzung (in %)		
	gesamt	weiblich	männlich	gesamt	weiblich	männlich
14 – 64	1,0	0,8	1,2	4,6	4,4	4,9
14 – 24	2,4	2,4	2,4	13,6	14,8	12,4
14 – 16	4,0	4,9	3,1	15,4	17,2	13,7

http://www.drogenbeauftragte.de/fileadmin/dateien-dba/Presse/Pressemitteilungen/Pressemitteilungen_2011/Handout_PK_PINTAStudie.pdf (abgerufen am 24.6.2014).

Im Folgenden werden die in der PINTA-Studie ermittelten relativen Häufigkeiten bundesweit für alle Personen im Alter von 14 – 64 Jahren als Wahrscheinlichkeiten angesehen.

1. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:
 A: Eine zufällig ausgewählte männliche Person aus der Altersgruppe 14 – 24 wird als internetabhängig eingestuft.
 B: Unter 50 zufällig ausgewählten 14 – 16-jährigen Mädchen sind genau 10, deren Internetnutzung als problematisch eingestuft wird.
 C: Unter 100 zufällig ausgewählten 14 – 16-jährigen Mädchen sind mehr als 20, aber weniger als 30, deren Internetnutzung als problematisch oder gar als Internetabhängigkeit eingestuft wird.

(7 BE)

2. Im Internet finden sich zahlreiche Online-Tests, bei denen ein ähnlicher Fragenkatalog wie bei der Durchführung der PINTA-Studie zum Einsatz kommt. Hier können sich die Nutzer selbst bezüglich Internetabhängigkeit testen.
 Die Wahrscheinlichkeit, dass ein bestimmter Online-Test einen tatsächlich internetabhängigen Nutzer auch als internetabhängig einstuft (Sensitivität), liegt bei 86 %. Für die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Online-Test einen nicht internetabhängigen Nutzer auch als nicht internetabhängig einstuft (Spezifität), wird ein Wert von 75 % angegeben.
 Eine zufällig ausgewählte Person aus der Altersgruppe 14 – 24 Jahre macht diesen Online-Test.

- 2.1 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis R: „Wenn der Test die Person als internetabhängig einstuft, ist die Person auch tatsächlich internetabhängig“.

(6 BE)

- 2.2 Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Person aus der Altersgruppe 14 – 24 Jahre tatsächlich nicht internetabhängig ist, wenn der Test sie als nicht internetabhängig einstuft, beträgt ca. 99,5 %.

Beurteilen Sie die Qualität des Online-Tests anhand dieser und der in Aufgabe 2.1 berechneten Wahrscheinlichkeit.

(2 BE)

3. Aus dem Abschlussbericht zur PINTA-Studie geht hervor, dass von den 15023 befragten Personen 45,9 % das Internet weniger als eine Stunde täglich privat nutzen. Dieser Personenkreis wird im Folgenden als „Wenignutzer“ bezeichnet.

Ein Mathematik-Leistungskurs an einer sehr großen Schule hat die Vermutung, dass der Anteil der Wenignutzer unter den Schülerinnen und Schülern der Schule niedriger ist als der in der PINTA-Studie ermittelte Wert. Der bevorstehende Tag der offenen Tür soll dazu genutzt werden, die Vermutung mit Hilfe eines Hypothesentests zu überprüfen. Hierzu sollen 100 zufällig ausgewählte Schülerinnen und Schüler der Schule befragt werden.

- 3.1 Entwickeln Sie zu der oben genannten Vermutung einen geeigneten Hypothesentest auf einem Signifikanzniveau von 2,5 % und geben Sie die Entscheidungsregel im Sachzusammenhang an.

(6 BE)

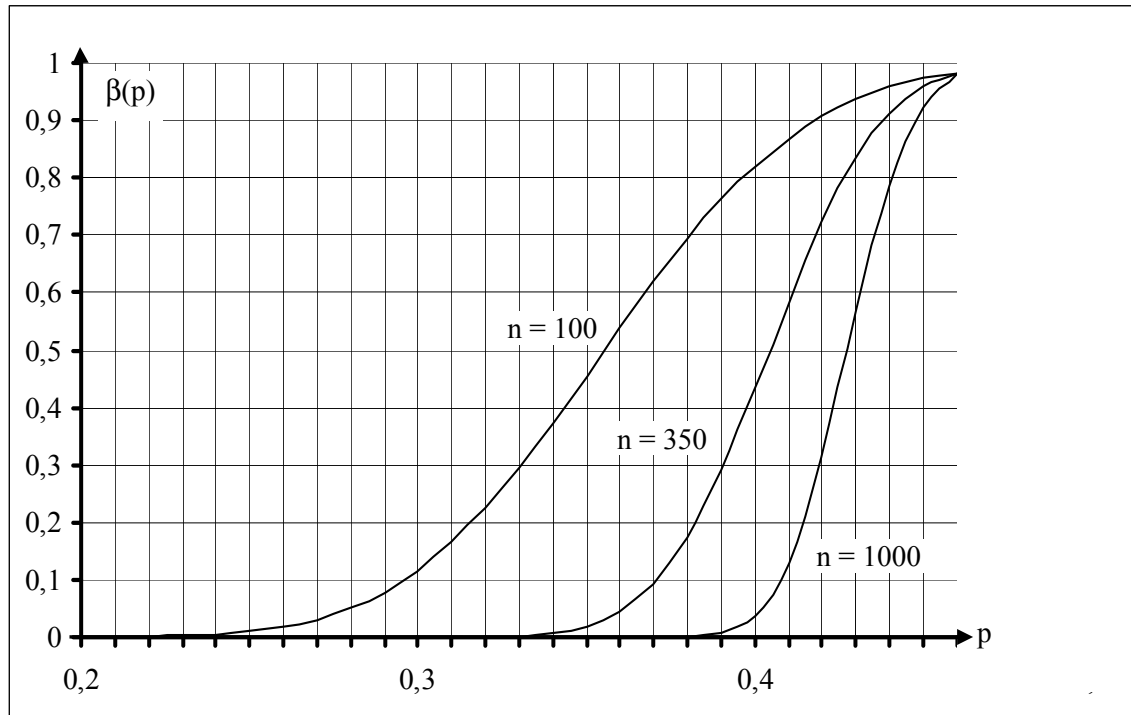
- 3.2 Beschreiben Sie die Fehler 1. und 2. Art im Sachzusammenhang und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art, wenn der Anteil der Wenignutzer unter den Schülerinnen und Schülern der Schule tatsächlich 40 % beträgt.

(6 BE)

- 3.3 Die Graphen im Material zeigen für unterschiedliche Werte von n , wie sich bei einem gleich bleibenden Signifikanzniveau von 2,5 % die Fehlerwahrscheinlichkeit β für den Fehler 2. Art in Abhängigkeit vom tatsächlichen Anteil p der Wenignutzer verhält. Beurteilen Sie anhand geeigneter Beispielwerte, ob sich eine Erhöhung des Stichprobenumfangs n auf die Güte des Tests auswirkt.

(3 BE)

Material



Binomialsummenfunktion $F_{n,p}(k) = \sum_{i=0}^k \binom{n}{i} \cdot p^i \cdot (1-p)^{n-i}$ für $n = 100$

p= k=	0,211	0,221	0,311	0,400	0,421	0,459	0,480
8	0,0004	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
9	0,0010	0,0005	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
10	0,0027	0,0013	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
11	0,0063	0,0032	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
12	0,0135	0,0073	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
13	0,0265	0,0151	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
14	0,0480	0,0289	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
15	0,0811	0,0513	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
16	0,1281	0,0851	0,0004	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
17	0,1902	0,1324	0,0010	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
18	0,2667	0,1943	0,0023	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
19	0,3551	0,2701	0,0047	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
20	0,4508	0,3572	0,0090	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
21	0,5483	0,4513	0,0166	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
22	0,6420	0,5472	0,0288	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
23	0,7269	0,6395	0,0475	0,0003	0,0000	0,0000	0,0000
24	0,7998	0,7234	0,0746	0,0006	0,0001	0,0000	0,0000
25	0,8590	0,7959	0,1118	0,0012	0,0003	0,0000	0,0000
26	0,9047	0,8551	0,1602	0,0024	0,0006	0,0000	0,0000
27	0,9382	0,9012	0,2200	0,0046	0,0013	0,0001	0,0000
28	0,9615	0,9353	0,2905	0,0084	0,0025	0,0002	0,0000
29	0,9770	0,9593	0,3695	0,0148	0,0047	0,0004	0,0001
30	0,9868	0,9754	0,4538	0,0248	0,0086	0,0008	0,0002
31	0,9928	0,9857	0,5398	0,0398	0,0149	0,0017	0,0004
32	0,9962	0,9921	0,6235	0,0615	0,0247	0,0032	0,0009
33	0,9981	0,9958	0,7013	0,0913	0,0395	0,0060	0,0017
34	0,9991	0,9978	0,7705	0,1303	0,0607	0,0105	0,0032
35	0,9996	0,9989	0,8295	0,1795	0,0898	0,0178	0,0059
36	0,9998	0,9995	0,8775	0,2386	0,1280	0,0289	0,0103
37	0,9999	0,9998	0,9150	0,3068	0,1760	0,0452	0,0173
38	1,0000	0,9999	0,9430	0,3822	0,2338	0,0681	0,0281
39	1,0000	1,0000	0,9632	0,4621	0,3007	0,0991	0,0439
40	1,0000	1,0000	0,9770	0,5433	0,3749	0,1391	0,0662
41	1,0000	1,0000	0,9862	0,6225	0,4538	0,1888	0,0963
42	1,0000	1,0000	0,9920	0,6967	0,5344	0,2481	0,1354
43	1,0000	1,0000	0,9955	0,7635	0,6134	0,3159	0,1840
44	1,0000	1,0000	0,9976	0,8211	0,6879	0,3904	0,2421
45	1,0000	1,0000	0,9987	0,8689	0,7553	0,4691	0,3089
46	1,0000	1,0000	0,9994	0,9070	0,8138	0,5490	0,3826
47	1,0000	1,0000	0,9997	0,9362	0,8628	0,6268	0,4607
48	1,0000	1,0000	0,9999	0,9577	0,9021	0,6997	0,5404
49	1,0000	1,0000	0,9999	0,9729	0,9324	0,7653	0,6184
50	1,0000	1,0000	1,0000	0,9832	0,9549	0,8221	0,6918

Die Werte 1,0000 und 0,0000 bedeuten: Die angegebenen Wahrscheinlichkeiten sind auf vier Stellen gerundet 1,0000 bzw. 0,0000.